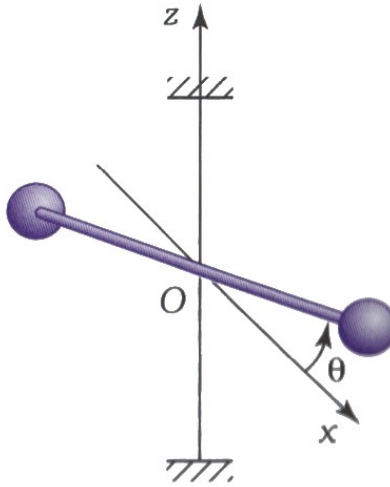


Épreuve de Physique - 30 Mars 2026 - 4h

- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Un résultat d'application numérique **ne doit pas** contenir d'opérations ou de fonctions (fraction, racine, logarithme, etc.) et sera **compté comme faux** s'il en contient.
- Les expressions littérales seront encadrées, et les applications numériques soulignées. **Une application numérique sans unité sera considérée fautive.**
- Les quatre parties sont indépendantes.
- Si vous constatez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, indiquez-le sur votre copie. Vérifiez tout de même que l'erreur ne provient pas de vous (homogénéité, ordre de grandeur, etc.).

1 Pendule de torsion



Un pendule de torsion est constitué d'une tige de masse m et de longueur L , munie de deux masses M sphérique et de rayon R , situées à une distance d du milieu O de la tige. Ce solide est suspendu à un fil de torsion vertical d'axe Oz .

On modélise les actions mécaniques exercées par le fil de torsion sur la tige par

- une résultante \vec{R} ;
- un moment en O correspondant à un couple de rappel élastique : lors d'une torsion d'un angle θ du fil autour de Oz , l'expression du moment est

$$\vec{M}_O = -\alpha\theta\vec{u}_z.$$

On utilise ce pendule dans une expérience visant à mesurer la constante universelle de gravitation G (la première expérience fût réalisée en 1798 par le physicien britannique Henry Cavendish).

- On doit procéder dans un premier temps à un étalonnage du système, c'est-à-dire à une détermination de ses caractéristiques propres (notamment de la constante de torsion α).
- Dans une seconde phase, on approche deux masses connues du pendule et on mesure l'angle de torsion θ_e à l'équilibre, pour en déduire G .

On notera J_{Oz} le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe Oz , sans chercher à l'exprimer.

Q1. On envisage des oscillations du pendule dans le plan horizontal (xOy), déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de l'angle $\theta(t)$.

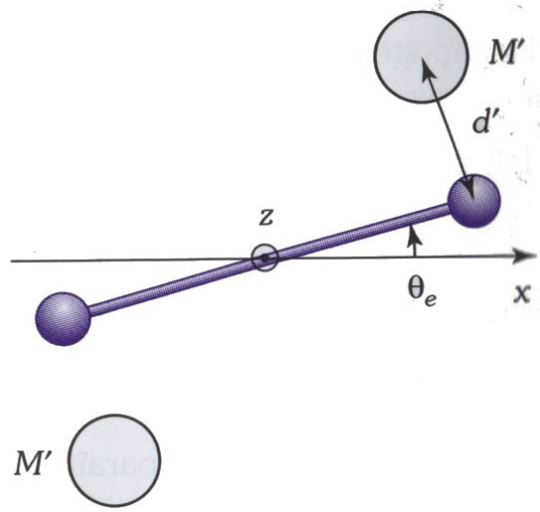
À $t = 0$, le pendule est en $\theta(0) = 0$. On lui communique une vitesse initiale $\dot{\theta}_0$. Résoudre l'équation différentielle.

Proposer un protocole pour déterminer la valeur de la constante de torsion α .

Q2. En pratique, le pendule est réalisé de telle sorte que la période des oscillations soit très grande. Quel avantage ce choix peut-il représenter dans le cadre de la mesure effectuée ici ?

Q3. Du fait de la présence d'un frottement dû au déplacement des masses dans l'air, un amortissement des oscillations à lieu. On modélise les forces de frottements par $\vec{F} = -f\vec{v}$, appliquée au centre de chacune des masses, \vec{v} désignant leur vitesse. Établir la nouvelle équation différentielle en $\theta(t)$ et indiquer la nature de la solution, sachant que l'amortissement est très faible. La prise en compte de ce phénomène peut-elle remettre en question la détermination de α effectuée ci-dessus ?

Q4. On approche deux masses M' de grande valeur comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Après amortissement des oscillations, la distance entre les position de repos hors présence des masses M' est θ_e . En déduire une expression de G . Commenter.

Q5. Quelle méthode suggérez-vous pour déterminer expérimentalement une très faible valeur de θ_e ?

2 Dermographe

Le dermographe est une machine à tatouer électrique qui fait son apparition à la fin du XIX^e siècle et qui est toujours utilisée aujourd'hui (schéma ci-contre pour information).

Afin d'en simplifier l'étude, on s'intéresse à une version simplifiée du dermographe présent sur la figure 1.

On modélise le contact par un arc de cercle conducteur avec lequel la partie mobile peut être en contact via un palet à son extrémité. Au point S ($\theta_S = \pi/60$), l'arc de cercle se termine. On admet que tant que le contact est assuré, la partie mobile est parcourue par un courant d'intensité I et qu'elle se déplace dans une zone de champ magnétique uniforme $\vec{B} = -B\vec{u}_z$, avec $B > 0$. Elle est soumise à un couple de rappel de moment $\vec{\Gamma} = -K\theta\vec{u}_z$. Il existe une butée en $\theta = 0$ qui empêche la partie mobile d'accéder à des valeurs négatives de θ .

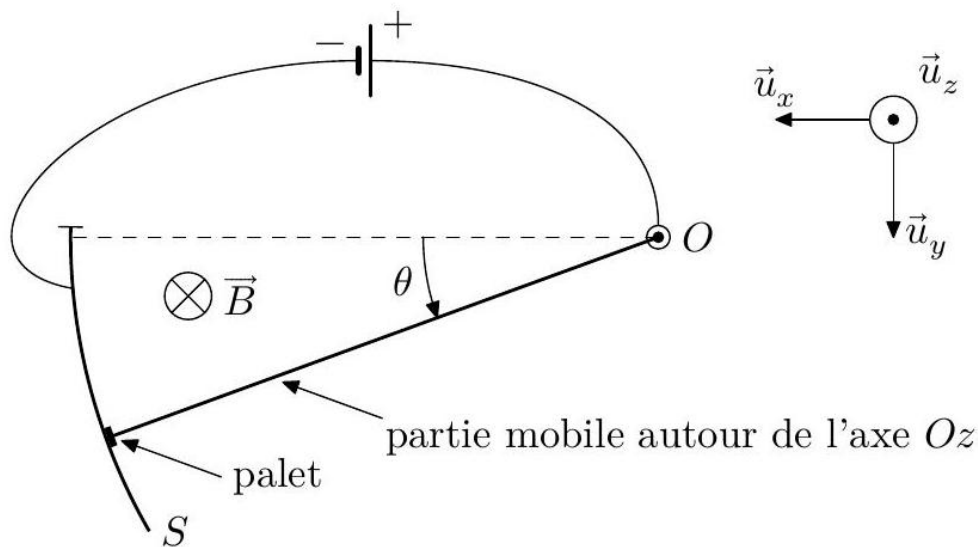
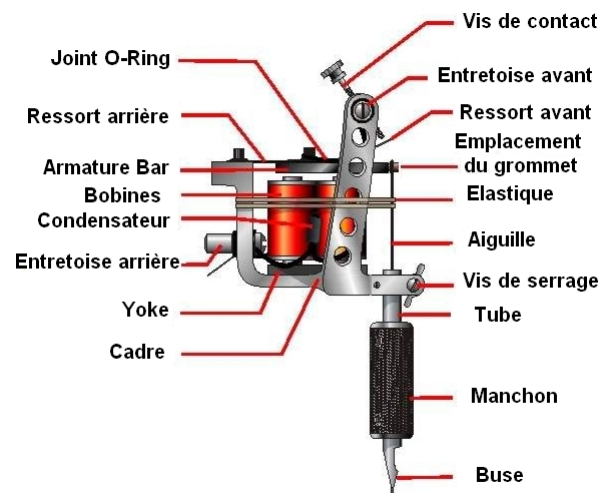


FIGURE 1 – Modélisation simplifiée du dermographe

Caractéristiques du dermographe

Longueur de la partie mobile
 Moment d'inertie de la partie mobile
 Coefficient de rappel
 Angle du point extrême de la partie conductrice
 Nombre de spires par unité de longueur de la bobine
 Perméabilité magnétique relative du matériau inséré dans la bobine
 Courant dans les spires

$$\begin{aligned}
 l &= 3 \text{ cm} \\
 J &= 2 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\
 K &= 7 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \\
 \theta_S &= \pi/60 \\
 n &= 2 \times 10^3 \text{ m}^{-1} \\
 \mu_r &= 5 \times 10^2 \\
 I &= 1 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Constantes

$$\text{Perméabilité magnétique du vide } \mu_0 = 1,257 \times 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

On suppose que l'action du poids est négligeable devant les autres actions mécaniques et que les forces de frottement sont négligeables devant les autres forces mises en jeu. Par ailleurs, on néglige les effets d'induction liés au mouvement de la partie mobile dans le champ magnétique extérieur.

Q6. Recopier sur la copie le schéma de la figure 1 en indiquant le sens du courant électrique dans la partie mobile, ainsi que la force s'exerçant sur celle-ci lorsqu'elle est parcourue par un courant. Donner le nom et l'expression de cette force.

2.1 Situation initiale

Q7. Initialement ($t = 0^-$), le générateur n'est pas branché et la partie mobile est au repos. Quelle est alors la position de la partie mobile? Justifier la réponse.

2.2 Mise sous tension (contact assuré)

Q8. On met le générateur sous tension à $t = 0^+$. Effectuer un bilan des actions mécaniques sur la partie mobile.

Q9. Montrer que θ satisfait l'équation différentielle $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = A$ et exprimer ω_0 et A en fonction de J, K, I, B et l .

Q10. Par une analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité de l'expression trouvée pour A .

Q11. Résoudre l'équation différentielle pour déterminer l'expression de $\theta(t)$ tant que le contact est assuré.

Q12. Déterminer l'expression de l'instant t_1 pour lequel la partie mobile quitte l'arc conducteur.

2.3 Rupture du contact fermant le circuit

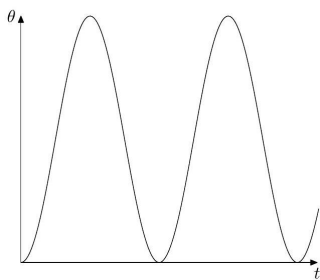
On pose $t' = t - t_1$. À $t' = 0$, la partie mobile quitte l'arc conducteur, ce qui annule la force magnétique.

13. Déterminer la nouvelle équation différentielle satisfaite par θ . La résoudre pour déterminer $\theta(t')$ tant que le contact est rompu.

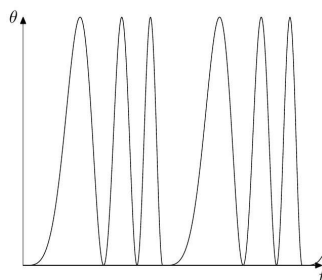
14. On admet que la valeur de l'angle maximal atteint par la partie mobile est de 0,096 rad. En déduire l'amplitude du mouvement de l'aiguille.

2.4 Résumé

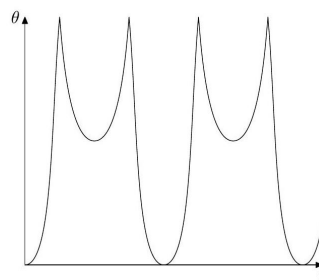
15. Parmi les 4 courbes ci-dessous, choisir, en justifiant, celle représentant θ en fonction du temps. Les courbes ont parfois été tracées en accentuant fortement les caractéristiques : en réalité, les deux phases sont moins différenciées.



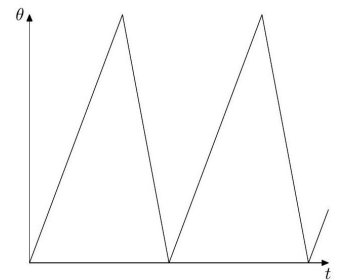
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4

3 Galvanomètre

Un galvanomètre est un instrument de mesure de courant électrique. Il exploite l'action d'un champ magnétique *uniforme* sur une bobine parcourue par le courant à mesurer. L'ensemble mobile (bobine + aiguille) est rappelé par un ressort de torsion exerçant un couple de rappel $-C(\theta - \pi/2)\vec{e}_z$.

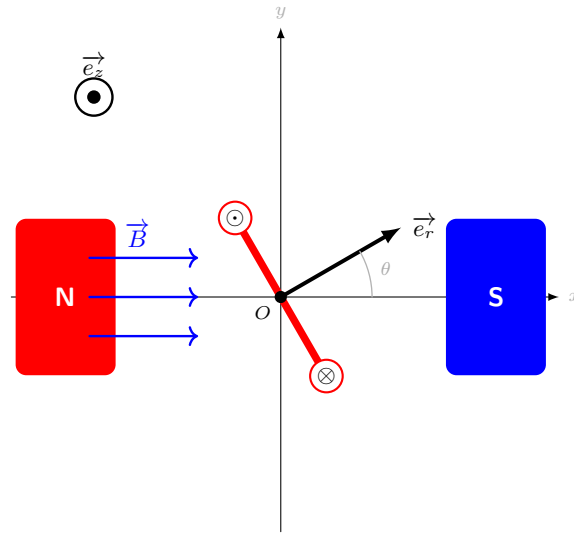


FIGURE 2 – Vue de dessus du galvanomètre. Base polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$; \vec{e}_z pointe vers le lecteur. La bobine considérée comme N spires carrées dans le plan orthogonal au vecteur radial apparaît comme un trait vue de dessus.

Le champ est uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_x$, avec B constant.

- Q16.** Exprimer la force de Laplace exercée sur un côté latéral de la bobine. Quel serait la position d'équilibre de la spire s'il n'y avait pas de couple de rappel ?
- Q17.** Exprimer le moment magnétique de la spire ainsi que le couple de Laplace s'exerçant sur la spire. Retrouve-t'on l'interprétation précédente ? Comment s'aligne le moment magnétique avec le champ magnétique ?
- Q18.** On note $-\lambda\dot{\theta}\vec{e}_z$ le couple de frottement visqueux. En appliquant le théorème du moment cinétique scalaire à l'ensemble mobile (de moment d'inertie J) selon Oz , établir l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} + a\dot{\theta} + b\theta = ci(t).$$

Donner l'expression de θ' ainsi que les constantes et leur signification physique.

- Q19.** Données : $N = 200$, $B = 50$ mT, $S = 2,0$ cm², $C = 1,0 \times 10^{-6}$ N.m.rad⁻¹, $J = 4,0 \times 10^{-10}$ kg.m², $\lambda = 5,0 \times 10^{-8}$ N.m.s.rad⁻¹. En régime stationnaire pour un courant continu $I_0 = 1$ μA, calculer la déviation angulaire d'équilibre. La déviation est-elle linéaire avec le courant ? Quel en serait l'intérêt ?
- Q20.** On applique à $t = 0$ un échelon de tension avec $\theta(0^-) - \pi/2 = \dot{\theta}(0^-) = 0$. Calculer $\ddot{\theta}(0^+)$ et justifier physiquement pourquoi l'aiguille ne peut atteindre instantanément θ_{eq} .
On s'intéresse désormais à la réponse du galvanomètre en régime sinusoïdal forcé. Le courant imposé est $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$, de pulsation ω variable.
- Q21.** Déterminer l'expression de l'amplitude des variations angulaires.
- Q22.** A partir de quelle fréquence caractéristique l'aiguille du galvanomètre ne peut plus suivre les oscillations du courant ?