

# Épreuve de Physique - 3 Novembre 2025

Durée : 4h

Consignes :

- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Un résultat d'application numérique **ne doit pas** contenir d'opérations ou de fonctions (fraction, racine, logarithme, etc.) et **sera compté comme faux** s'il en contient.
- Les expressions littérales seront encadrées, et les applications numériques soulignées. **Une application numérique sans unité sera considérée fausse.**
- Les trois parties sont indépendantes.
- Si vous constatez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, indiquez le sur votre copie. Vérifiez tout de même que l'erreur ne provient pas de vous (homogénéité, ordre de grandeur, etc.).

## 1 Effet de Bokeh avec un appareil photographique numérique (APN)

Le Bokeh désigne le rendu flou hors de la zone de netteté d'un APN. Sur l'image ci contre, l'appareil en premier plan est vu net alors que la guirlande en second plan est vue floue. La forme du flou peut être modifiée en changeant la forme du diaphragme ou simplement en plaçant une feuille perforée à la forme souhaitée devant l'objectif. Une perforation en forme de sapin ou d'étoile ne donnera pas la même forme de flou comme le montre ces images.



On modélise l'objectif d'un APN par une combinaison d'un diaphragme et d'une lentille mince convergente dans les conditions de Gauss, et son capteur par un écran. Les phénomènes reliés à la taille des pixels ou du diaphragmes ne sont pas pris en compte.

La lentille, de distance focale image  $f'$ , est placée à une distance  $d$  de l'écran. L'objet visé est à la distance  $D = 3f'$  de la lentille et l'image est nette (rigoureusement) sur l'écran.

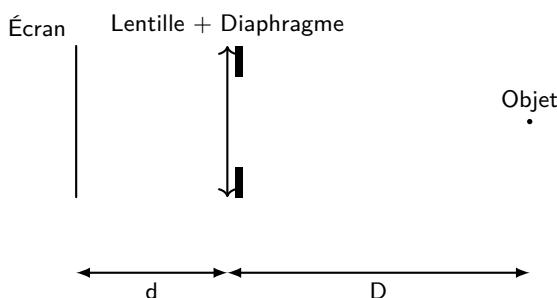


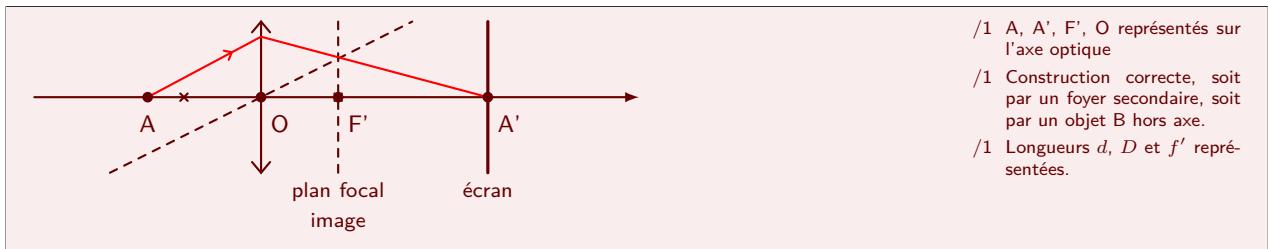
FIGURE 1 – Schéma simplifié d'un APN visant un objet.

1. Décrire ce que sont les conditions de Gauss.

Les rayons lumineux sont paraxiaux, c'est à dire peu inclinés et peu éloignés de l'axe optique

/1 peu inclinés  
/1 peu éloignés ("paraxiaux" suffit à récupérer 2 points)

2. Faire un schéma optique sur votre copie de la situation représentée par la figure 1. Faire figurer sur l'axe optique un point objet noté A, le centre optique et le foyer image F' puis construire l'image A' de A sur l'écran. Placer les longueurs  $d$ ,  $D$  et  $f'$  sur le schéma.



3. À partir de la formule de conjugaison de Descartes<sup>1</sup>, exprimer d en fonction de f'. Vérifier le résultat à l'aide du schéma de la question précédente.

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$$

Or  $D = 3f'$  donc  $d = \frac{3}{2}f'$

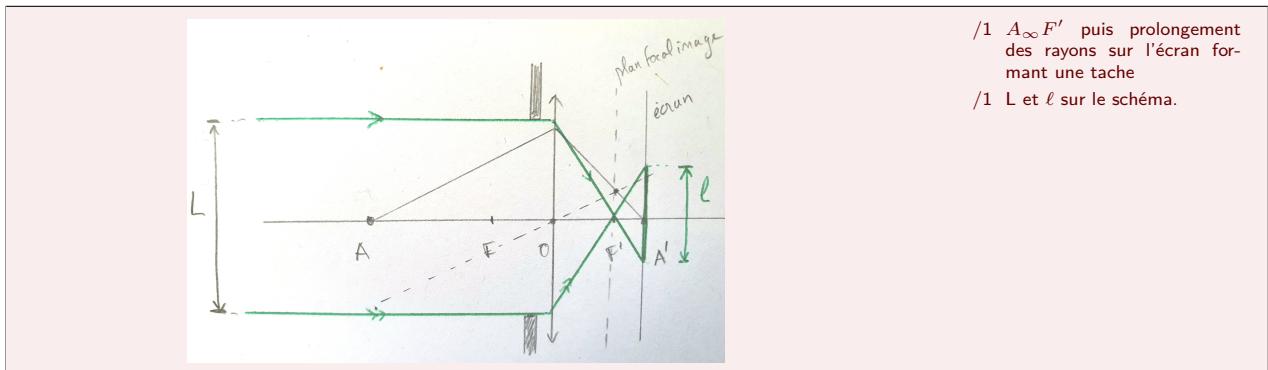
/1 distance et algébrisation  $\overline{OA'} = D$  et  $\overline{OA} = -d$

/1 résultat

/1 Vérification  $d = 1,5f' = D/2$

En plus de l'objet, un point lumineux est placé à l'infini sur l'axe optique de la lentille. L'image du point lumineux forme une tache sur l'écran de diamètre  $\ell$ . Le diamètre du diaphragme, considéré comme un disque dans un premier temps, est noté  $L$ .

4. Faire un schéma conservant les proportions du précédent et en ajoutant des rayons lumineux provenant de l'infini passant par les bords haut et bas du diaphragme. Repérer le diamètre de la tache  $\ell$  et du diaphragme  $L$ .



5. Déterminer la valeur du rapport  $L/\ell$ .

$$L/\ell = 2$$

/1 Thalès ou tangente

On remplace le diaphragme par une feuille cartonnée perforée. La perforation a une forme triangulaire comme sur la figure ci-contre. Le but est de cherché la forme de la tache image du point lumineux sur l'écran.

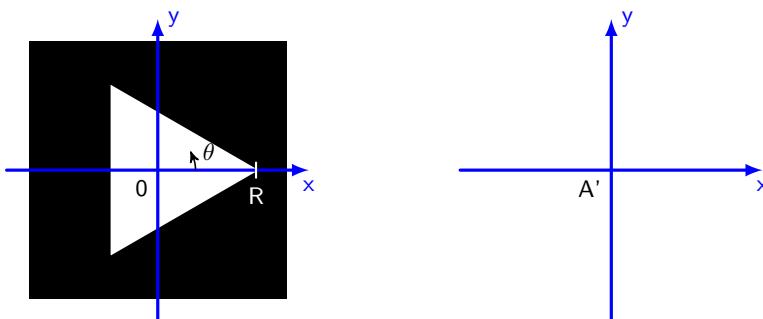


FIGURE 2 – Feuille cartonnée percée à gauche. Le triangle est équilatéral et son barycentre est sur l'axe optique. Les pointes du triangle sont à la distance  $R$  du barycentre O (on considère la feuille et la lentille dans le même plan). À droite est représenté le plan de l'écran centré sur  $A'$  l'image de l'objet  $A$ . On gardera donc les mêmes axes utilisés pour le diaphragme mais avec une origine différente.

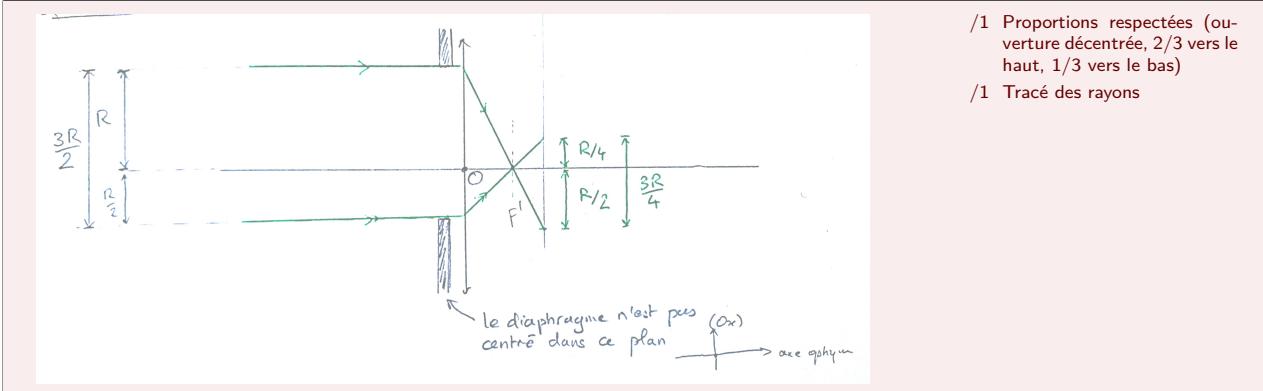
$$1. \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

6. Montrer que la hauteur du triangle est  $3R/2$ .

En découplant ce triangle en 6 triangles rectangles identiques de sommet O, la longueur cherchée est la somme des deux cotés passant par O d'un seul triangle. Or l'angle en O d'un de ces triangles vaut  $2\pi/6$  et son hypoténuse R, l'autre côté vaut donc  $\cos(2\pi/6)R = R/2$ . La somme vaut bien  $R + R/2$ .

/1 Justification avec schéma.

7. Faire un schéma optique dans le plan formé par l'axe optique et l'axe ( $Ox$ ). On représentera l'ouverture de la feuille cartonnée en respectant ses proportions. Faire apparaître la taille R et  $3R/2$  sur le schéma.

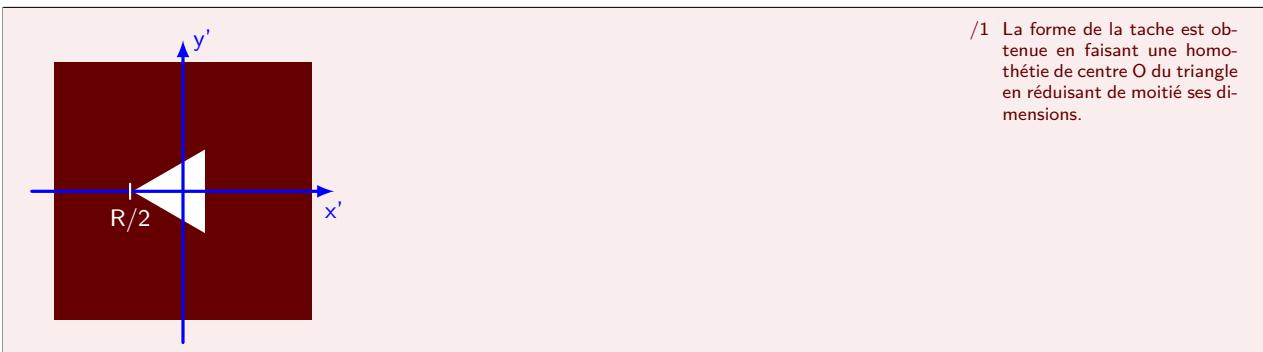


8. En déduire la position et la taille de la tache lumineuse sur ce schéma.

La taille du faisceau est diminuée de moitié d'après la question 5, donc la tache sur l'écran est de taille  $3R/4$  et est décentrée : le sommet du triangle se retrouve en  $x = -R/2$  dans le plan ( $A'xy$ ).

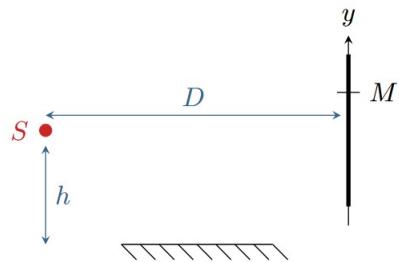
/1 Position (décentrée 2/3 vers le bas, 1/3 vers le haut)  
/1 Taille ( $3R/4$ )

9. Généraliser le résultat pour en déduire la forme, la taille et la position de la tache lumineuse dans le plan  $A'xy$ . Faire un dessin pour illustrer le résultat.



## 2 Miroir de Lloyd

Le dispositif de Lloyd permet d'obtenir des interférences à deux ondes. Il consiste en un miroir plan et un écran, éclairés par une source  $S$  supposée ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  placée très proche du miroir. On indique que la réflexion sur le miroir entraîne un déphasage de  $\pi$  de l'onde réfléchie, ou de façon équivalente augmente le chemin optique de  $\lambda/2$ .



10. Montrer que le dispositif est équivalent à des trous d'Young. On pourra faire intervenir l'image  $S'$  de la source  $S$  par le miroir.

La réflexion d'un rayon sur le miroir arrivant en M (quelconque) provient virtuellement du point image S' de S à travers le miroir. Tout se passe comme si S et S' étaient des points source synchrones : l'expérience est bien équivalente à celle des trous d'Young.

/1 Schéma ou explication du point image traité comme point source.

11. Déterminer au point M la différence de marche,

Démonstration classique avec approximations  $h, y \ll D$ .  $\delta = 2hy/D$

/1 Définition  $\delta = S'M - SM$   
 /1 Expression  $S'M$  et  $SM$  avec pythagore  
 /1 Approximation  $h, y \ll D$   
 /1 Résultat

12. Utiliser la formule de Fresnel pour donner le profil d'intensité sur l'écran. En déduire l'interfrange  $i$ .

Si la formule n'est pas à retenir, ce qui est "dans le cos" l'est ! Le profil d'intensité varie en  $\cos(2\pi\delta/\lambda)$ . Une frange claire est au centre en  $y=0$  car les sources S et S' sont en phase (ce sont les mêmes). L'interfrange correspond à la plus petite distance sur l'écran entre deux maxima, soit  $2\pi(2hi/D)/\lambda = 2\pi$  donc  $i = \lambda D/2h$

/1 Intérieur du cos juste  
 /1 Définition interfrange  
 /1 Résultat

13. On décale la source de  $\Delta h$  et on mesure  $i' = 1,5i$ . Décrire la nouvelle figure d'interférences et exprimer la longueur d'onde  $\lambda$  en fonction des données du problème.

$i'/i = h/(h + \Delta h)$  D'après la formule de l'interfrange soit  $\Delta h = -h/3$ . On a rapproché la source du miroir, les franges se sont espacées.

/1 Les franges s'espacent  
 /1 Expression de  $\Delta h/h$  avec signe -

14. On remplace la source ponctuelle par une fente. Que devient la figure d'interférence ?

Les anneaux sont remplacés par des traits.

/1

### 3 Stocker l'énergie avec un condensateur (basé sur le concours EPITA)

#### Document :

En 2009, la RATP et Alstom ont expérimenté en service commercial un tramway Citadis équipé de supercondensateurs sur la ligne T3 du réseau francilien. La rame a été équipée de 48 modules de supercondensateurs (15 kg pièce) pour le stockage de l'énergie à bord. L'ensemble est équivalent à 48 supercondensateurs montés en dérivation sous une tension de 750 V. Ceci permet aux trams de circuler en autonomie sur les sections dépourvues de ligne aérienne de contact. En autonomie la rame peut franchir 400 m, soit la distance entre deux stations sur la ligne T3, avec une vitesse moyenne d'environ 15 km/h. Les moteurs développent une puissance moyenne continue de 500 kW, et sont alimentés sous 750 V. Présentant une résistance interne très faible, les supercondensateurs autorisent le passage d'intensités très importantes pendant les 20 secondes que dure un rechargeement en station, et sont donc en cela plus adaptés que les batteries conventionnelles.



#### 3.1 Supercondensateurs

On donne :  $4 \times 3,6/3 = 4,8$ ;  $4/(3 \times 3,6) = 0,37$ ;  $3/(4 \times 3,6) = 0,21$ ;  $20/7,52 = 3,6$ ;  $7,52/20 = 0,28$ .

Un "supercondensateur" est un condensateur de technique particulière, qui permet d'obtenir une capacité élevée pour un encombrement réduit, et donc une densité de puissance et une densité d'énergie intermédiaires entre les batteries et les condensateurs électrolytiques classiques. Ils sont utilisés dans des domaines variés, dont la propulsion de bateaux, de bus

ou de tramway. Leur faible résistance interne permet des courants élevés et donc des charges rapides et des puissances de sortie importantes. L'étude porte ici sur des supercondensateurs, en particulier ce qui constraint leur dimensionnement (capacité, résistance interne).

À partir des données du document ci-dessous et des approximations nécessaires, en déduire les valeurs :

15. de l'énergie nécessaire au trajet entre deux stations,

Energie nécessaire	au	trajet	de	400m	=	/1 Hypothèse simplificatrice : puissance et vitesse constante.
$\underbrace{500000}$	$\times$	$\underbrace{400/(15/3,6)}$			=	/1 variation d'énergie = puissance x durée
Puissance moyenne développée par les moteurs		temps moyen pour parcourir 400m				/1 Résultat avec unité
$4,8 \times 10^7 \text{ J}$						

16. de la capacité d'un des 48 supercondensateurs (commenter la valeur trouvée),

$\Delta E = \text{Energie stockée dans un condensateur} = \text{Energie nécessaire au trajet de } 400\text{m} / 48$ . Or  $\Delta E = CU^2/2$  avec  $U = 750 \text{ V}$  (cf document pour la valeur + condensateurs montés en parallèle => même tension aux bornes de chacun d'entre eux). L'AN donne  $C = 3,6 \text{ F}$ .

/1

17. de la résistance du circuit de charge.

En supposant le temps de chargement étant de  $3RC$  (charge à 95% d'un condensateur dans un circuit RC série),  $R$  vaut  $20/(3,6 \times 3) = 0,37 \Omega$ .

/1

### 3.2 Charge d'un condensateur

Lorsqu'un condensateur est utilisé comme une batterie, la question de sa recharge se pose. L'énergie est prélevée sur le réseau électrique, et on souhaiterait que 100% de cette énergie soit transférée au condensateur. Nous allons montrer que ceci dépend de la stratégie de charge retenue. On appelle "rendement de la charge du condensateur" le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et de l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge :

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_{\text{stockée}}}{\mathcal{E}_{\text{fournie}}} \quad (1)$$

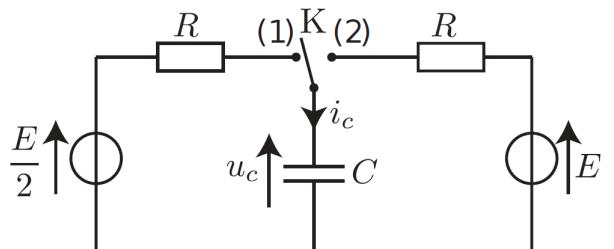
De manière générale, la charge se fait à travers la résistance totale du circuit  $R$ . On note  $C$  la capacité du condensateur et  $E$  la tension finale à atteindre aux bornes du condensateur.

18. Montrer par des arguments dimensionnels que l'expression du rendement  $\eta$  ne peut pas dépendre des valeurs de  $R$ ,  $C$  ou  $E$ .

$\eta$  est par définition adimensionné. D'après les lois de comportement des résistances et des condensateurs  $\dim(R) = \dim(E)/I$  et  $\dim(C) = IT/\dim(E)$ . Il n'y a pas de combinaisons possibles pour obtenir une quantité adimensionnée avec cet ensemble de valeurs, il faut nécessairement introduire une nouvelle variable pour éliminer  $\dim(E)$ ,  $I$  ou  $T$ .

/1

Les sous-parties suivantes se réfèrent au circuit ci-contre pour étudier deux méthodes de recharge menant à deux valeurs de rendement différentes.



### 3.2.1 Premier procédé de charge

L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à  $t = 0$ .

19. Établir l'équation différentielle portant sur  $u_c(t)$ . On la mettra sous la forme  $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ , avec  $\tau$  un paramètre dont on précisera l'expression.

0 sans les bonnes notations  $u_c$ ,  $i_c$  ou l'introduction de " $U_R$ " sans produire un schéma où il apparaît.

- Loi des mailles  $u_c = E + U_R$  avec bonne notations et  $U_R$  à placer sur un schéma dans le sens de  $i_c$
- Loi d'Ohm  $U = -Ri_c$  avec bonne notations
- Loi de comportement de C  $i_c = C \frac{du_c}{dt}$  avec bonne notations

/1 Loi des mailles

/1 Loi d'Ohm ( $U = \pm Ri_c$  en fonction de la convention choisie sur le schéma)

/1  $i_c = C \frac{du_c}{dt}$

20. Déterminer sans utiliser l'équation différentielle la valeur de  $u_c(0^+)$ , juste après le basculement de l'interrupteur.

D'après la loi de comportement du condensateur, le courant le traversant étant proportionnelle à la dérivée de la tension à ses bornes, il ne peut y avoir de discontinuité de cette dernière qui donnerait un courant infini dans le cas contraire. La tension est donc nulle juste après la fermeture de l'interrupteur.

/1 Impossibilité d'une discontinuité de tension

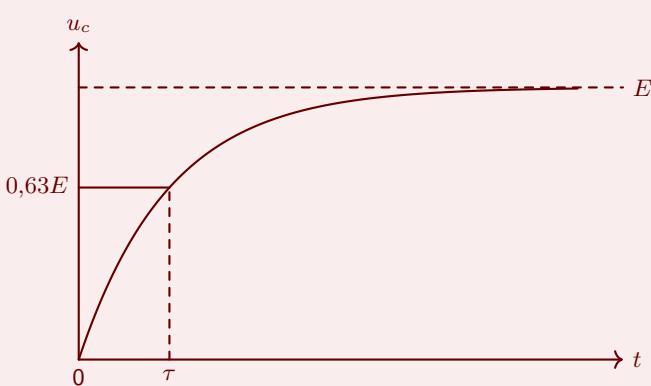
21. Résoudre l'équation différentielle obtenue ci-dessus.

$u_c(t) = A \exp(-t/\tau) + E$  addition de la solution particulière avec la solution générale. D'après la condition initiale et la question précédente, en  $t = 0$ ,  $u_c(0) = 0$  V, donnant  $A = -E$ . Il vient qu'après la bascule de l'interrupteur en position (2),  $u_c(t) = E(1 - \exp(-t/\tau))$

/1 solution générale + particulière

/1 condition initiale

22. Tracer l'allure de la solution  $u_c(t)$ .



/1 Allure en -exp et axes (temps,  $u_c$ )

/1 Repérage début (0,0) et limite ( $+\infty$ , E)

/1  $\tau$  présent sur le schéma.

23. Donner en fonction de C et de E l'expression de l'énergie stockée par le condensateur à la fin de sa charge.

$$\frac{1}{2}CE^2 \text{ ("donner" pas "démontrer")}$$

/1 Formule

24. Démontrer que le courant  $i_c$  s'écrit, pour tout  $t \geq 0$  :  $i_c(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$ .

Deux méthodes : soit en utilisant la loi de comportement du condensateur, soit la loi d'Ohm + loi des mailles. Pour la première, en utilisant le résultat de la question 21  $i_c = C \frac{du_c}{dt} = C \left( \frac{E}{\tau} \exp(-t/\tau) \right) = \frac{E}{R} \exp(-t/\tau)$

/1 Calcul de dérivée C ou de différence avec R. Aucun point + correcteur agacé si le résultat de la question 21 est faux et qu'on retrouve "magiquement" (= entourloupe = honnêteté intellectuelle à zéro) ce résultat.

25. Calculer alors l'énergie électrique fournie par le générateur sur l'ensemble de la charge.

L'énergie électrique fournie par le générateur vérifie par définition  $\Delta E_g = \int_{t=0}^{\infty} E i_c dt$  (intégrale de la puissance fournie donc en utilisant la convention générateur). On peut remarquer pour simplifier les calculs que  $i_c$  est reliée à la dérivée de  $u_c$  avec la loi de comportement du condensateur. On obtient :

$$\Delta E_g = EC \int_{t=0}^{\infty} \frac{du_c}{dt} dt = EC [u_c]_0^{\infty} = CE^2. \text{ En supposant } E = 750 \text{ V et en prenant } C = 3,6 \text{ F, } \Delta E_g = 2,0 \text{ MJ.}$$

/1 Définition  
/1 Expression littérale  $CE^2$   
+1 Calcul (erreur d'énoncé ?)

26. Quelle est la valeur du rendement de la charge (défini par l'expression (1)) avec la méthode envisagée ? Peut-il être optimisé en changeant la résistance R ?

Le rendement est donné par le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur et l'énergie fournie au système (par le générateur), soit un rendement de 50% ( $1/2CE^2/CE^2$ ). Ce résultat semble indépendant de la résistance utilisée.

/1 50%  
/1 Aucun effet de la résistance sur ce rendement.

### 3.2.2 Second procédé de charge

On souhaite utiliser une méthode qui permet d'améliorer le rendement de la charge. On réalise une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Puis il est fermé en position (1) à  $t = 0$ . Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé, l'interrupteur est basculé en position (2).

27. Déterminer l'expression de  $u_c(t)$  pendant la première phase de la charge.

La seule différence avec la situation précédente est la tension du générateur qui vaut maintenant  $E/2$ , il vient alors :  $u_c(t) = \frac{E}{2} (1 - \exp(-t/\tau))$

/1 Résultat (changer E en  $E/2$ )

28. Déterminer en fonction de R et de C l'expression de l'instant  $t_1$  pour lequel la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur atteint 99% de sa valeur finale au cours de cette première étape.

$$\exp(-5) \simeq 0,01 \text{ (connu pour } 5\tau \text{) soit } t_1 = 5RC$$

/1  $t_1 = 5RC$

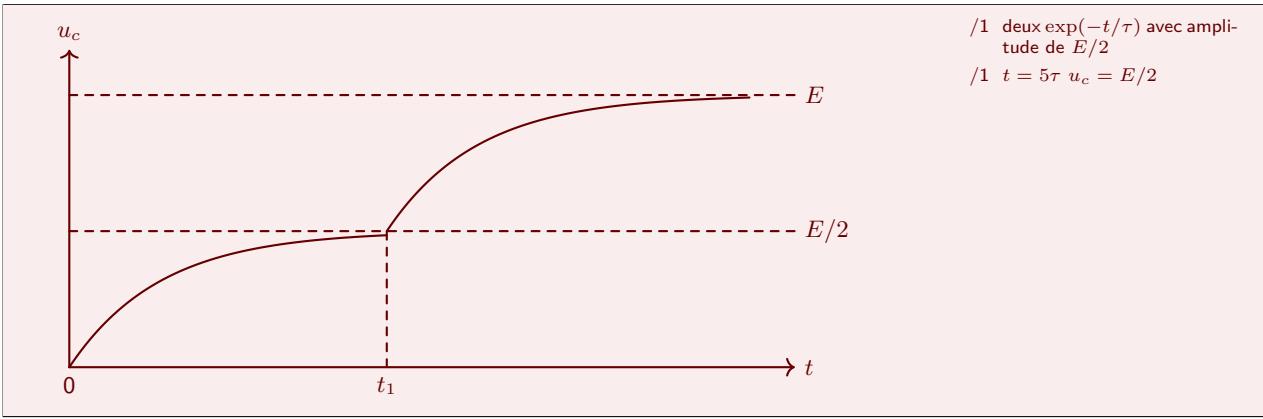
Dans la suite, la charge est supposée totalement achevée à cet instant  $t_1$  (i.e.  $u_c(t_1) \simeq E/2$ ). La phase 2 est alors déclenchée (basculement de l'interrupteur en position (2)).

29. Exprimer la tension  $u_c(t)$  aux bornes du condensateur au cours de la deuxième phase de charge, qui commence à l'instant  $t_1$ .

$u_c(t) = A \exp(-t/\tau) + E$  avec comme condition initiale (par continuité de la tension aux bornes de C)  $u_c(t_1^-) = u_c(t_1^+) = E/2$ . Il vient  $E/2 = A \exp(-t_1/\tau) + E$  soit  $A = -E/2 \exp(t_1/\tau)$ . En combinant les expressions :  
 $u_c(t) = -\frac{E}{2} \exp(-(t-t_1)/\tau) + E$

/1 Condition initiale et continuité de tension (en  $t=t_1$ ).  
/1 Expression de A  
/1 résultat

30. Tracer l'allure de  $u_c(t)$  en fonction du temps au cours de l'ensemble des deux phases de charge.



31. Exprimer l'intensité  $i_c$  qui traverse le condensateur pendant les deux phases de charge. On distinguera les cas en fonction de  $t$ .

$$\text{Phase 1 : } \frac{E}{2R} \exp(-t/\tau), \text{ Phase 2 : } \frac{E}{2R} \exp(-(t-t_1)/\tau)$$

/1 Amplitude  $E/2R$   
 /1 décalage temporel  $t_1$  pour la phase 2.

32. Déterminer l'énergie électrique fournie par les deux générateurs pendant la charge. On utilisera  $e^{-5} \simeq 0$ .

$$\text{Phase 1 : } CE/2[u_c]_0^{t_1} \simeq CE^2/4, \text{ Phase 2 : } CE[u_c]_{t_1}^{\infty} \simeq CE(E - E/2) = CE^2/2$$

/1

33. En déduire le rendement pour cette nouvelle façon de procéder. Conclure quant aux avantages et désavantages par rapport à la première méthode.

$$\eta = \frac{E_{stockée}}{E_{fournie}} = \frac{\frac{1}{2}CE^2}{\frac{3}{4}CE^2} = \frac{1/2}{3/4} = \frac{2}{3}$$

/1 Valeur  
 /1 Avantage  
 /1 1 inconvénient

$$\eta \approx 67\%$$

*Avantages :* Meilleur rendement (67% contre 50%). *Inconvénients :* Circuit plus complexe nécessitant deux générateurs et un système de commutation.  
 Temps de charge plus long.

### 3.2.3 Généralisation à $N$ étapes

Le but est ici de généraliser l'étude précédente à  $N$  étapes dans le but d'améliorer le rendement lors du processus de charge (le raisonnement ne se fait plus à partir du schéma). Soit  $t_0 = 0$  l'instant initial où le condensateur est déchargé. La première étape a lieu de  $t_0$  à  $t_1 = 5\tau$ , par un générateur de tension  $E/N$ , à travers une résistance  $R$ . De manière générale, l'étape numéro  $k$  de la charge ( $k = 1$  à  $N$ ) a lieu de  $t_{k-1}$  à  $t_k$ , par un générateur de tension  $kE/N$ , à travers une résistance  $R$ , avec  $t_k = k \times 5\tau$ . Au début de l'étape  $k$ ,  $u_c(t_{k-1}) = (k-1)E/N$ , et à la fin de l'étape  $k$ ,  $u_c(t_k) = kE/N$ . Lors de l'étape  $k$  de la charge, déterminer (notamment en fonction de  $k$  et de  $N$ ) :

34. l'équation différentielle suivie par la tension  $u_c(t)$  aux bornes du condensateur, puis l'expression de sa solution  $u_c(t)$ ,

À l'étape  $k$ , le générateur impose une tension  $kE/N$ .

/1

Équation différentielle :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{kE}{N\tau}$$

Solution générale :  $u_c(t) = \frac{kE}{N} + Be^{-(t-t_{k-1})/\tau}$  (il est plus simple d'écrire la constante "A" vu dans le cours devant l'exponentielle sous la forme  $A = Be^{t_{k-1}/\tau}$  où B est une constante à déterminer toujours avec les conditions initiales (lorsque  $t = t_{k-1}$ )).

Condition initiale :  $u_c(t_{k-1}) = \frac{(k-1)E}{N}$

$$\frac{(k-1)E}{N} = \frac{kE}{N} + B \Rightarrow B = -\frac{E}{N}$$

$$u_c(t) = \frac{kE}{N} - \frac{E}{N}e^{-(t-t_{k-1})/\tau} = \frac{E}{N} \left( k - e^{-(t-t_{k-1})/\tau} \right)$$

Pour  $t_{k-1} \leq t \leq t_k$ .

35. l'expression de l'intensité  $i_c(t)$  traversant le condensateur,

Expression de  $i_c(t)$

$$i_c(t) = C \frac{du_c}{dt} = C \times \frac{E}{N\tau} e^{-(t-t_{k-1})/\tau}$$

/1 ED

/1 Solution générale et particulière

/1 Condition initiale

/1 Expression finale

$$i_c(t) = \frac{E}{NR} e^{-(t-t_{k-1})/\tau}$$

36. l'expression de l'énergie fournie par le générateur (on utilisera  $e^{-5} \ll 1$ ).

$$E_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{kE}{N} \times \frac{E}{NR} e^{-(t-t_{k-1})/\tau} dt$$

/1 Expression

$$E_k = \frac{kE^2}{N^2 R} \int_0^{5\tau} e^{-u/\tau} du = \frac{kE^2}{N^2 R} \times \tau(1 - e^{-5})$$

Avec  $e^{-5} \ll 1$  :

$$E_k = \frac{kE^2 \tau}{N^2 R} = \frac{kCE^2}{N^2}$$

En déduire ensuite :

37. l'expression de l'énergie fournie par le générateur lors de l'ensemble de la charge,

$$E_{fournie} = \sum_{k=1}^N E_k = \sum_{k=1}^N \frac{kCE^2}{N^2} = \frac{CE^2}{N^2} \sum_{k=1}^N k$$

/1 Somme des  $E_k$

/1 Somme des entiers de 1 à N

/1 Résultat

$$\sum_{k=1}^N k = \frac{N(N+1)}{2}$$

$$E_{fournie} = \frac{CE^2}{N^2} \times \frac{N(N+1)}{2} = \frac{CE^2(N+1)}{2N}$$

38. puis montrer enfin que le rendement de la charge en N étapes s'écrit  $\eta = \frac{N}{N+1}$ .

$$\eta = \frac{E_{stockée}}{E_{fournie}} = \frac{\frac{1}{2}CE^2}{\frac{CE^2(N+1)}{2N}} = \frac{\frac{1}{2}CE^2 \times 2N}{CE^2(N+1)}$$

$$\boxed{\eta = \frac{N}{N+1}}$$

- /1 Utilisation de la question précédente (si juste) et résultat
- /1 Commentaire avec N = 1 ou N = 2 ou N ≈ 1

*Remarque :* Pour  $N = 1$  :  $\eta = 1/2$  (premier procédé). Pour  $N = 2$  :  $\eta = 2/3$  (second procédé). Quand  $N \rightarrow \infty$  :  $\eta \rightarrow 1$  (rendement optimal).

\*\*\* Fin du sujet \*\*\*