Chapitre 19 Travail et énergie mécanique du point

1 Introduction

Il est utile de réduire le nombre de grandeurs physiques pour caractériser un système : on simplifie l'étude au prix d'une perte d'information sur le système. L'étude de l'énergie et du travail d'une force est une des simplifications. Cette simplification s'avère payante dans certains cas notamment lorsque les forces mises en jeux sont dites conservatives : une grande partie de la physique du problème peut être comprise par une étude énergétique (une seule équation au lieu de trois avec le PFD).

Plus généralement, l'étude de quantités conservées (dans ce chapitre l'énergie mécanique et dans un prochain chapitre, le moment cinétique) dans un problème physique donne lieu à des simplifications.

2 Travail et puissance d'une force

2.1 Vocabulaire

Définition 1 - Puissance d'une force

Dans un référentiel $\mathcal{R}$, la puissance notée P d'une force $\vec{f}$ exercée sur un point matériel M de vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$ est :

$$P = \vec{f} \cdot \vec{v}_{M/\mathcal{R}}.$$

La puissance s'exprime en Watts.

Remarque : La puissance de la force dépend du référentiel d'étude par l'intermédiaire de la vitesse. On fera donc doublement attention au référentiel utilisé.

Définition 2 - Travail d'une force

Dans un référentiel $\mathcal{R}$, le travail d'une force $W_{1,2}$ entre deux instants t_1 et t_2 d'une force $\vec{f}$ exercée sur un point matériel M de vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$ est :

$$W_{1,2} = \int_{t_1}^{t_2} P \,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \vec{f} \cdot \vec{v}_{M/\mathcal{R}} \,\mathrm{d}t.$$

Le travail s'exprime en Joules.

Définition 3

Le travail est dit **moteur** si il est positif, **résistant** si il est négatif.

Exercice 19.1

Dans le cas d'une bille en chute libre dans un fluide visqueux (cf TP), déterminer l'expression du travail de la force de gravité, de la poussée d'Archimède et de la force de Stokes entre deux instants (on supposera la vitesse limite atteinte). Dire dans chaque cas si le travail est moteur ou résistant.

Propriété 1 - Déplacement élémentaire et travail d'une force

Pour un déplacement élémentaire $\mathrm{d}\overrightarrow{OM}$ d'un point matériel M dans un référentiel d'origine O, le travail s'écrit, entre deux positions pris par le point M notées M_1 et M_2 :

$$W_{1,2} = \int_{M_1}^{M_2} \vec{f} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{OM}.$$

La quantité $\vec{f} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{OM}$ sera noté δW.

Remarque : attention à bien utiliser la notation δW et pas $\mathrm{d}W$. La différence est subtile mais existe si la force dépend du chemin suivi par le point matériel (par exemple une force de frottement).

2.2 Forces conservatives

Définition 4 - Force conservative

Force $\vec{f}$ tel que le travail calculé entre deux positions ne dépend pas du chemin suivi.

Définition 5 - Energie potentielle

Energie associée à une force conservative et définie à une constante additive près. La variation d'énergie potentielle ΔE_p due à une force est reliée à son travail W par :

$$W = -\Delta E_p.$$

Pour un déplacement élémentaire, la variation d'énergie potentielle élémentaire est égal au travail δW de la force :

$$\delta W = \vec{f} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{OM} = -\,\mathrm{d}E_p.$$

Propriété 2

Le travail δW d'une force sur un déplacement élémentaire s'écrit comme la variation élémentaire de l'opposé de l'énergie potentielle si et seulement si cette force est conservative.

Exemple

Pour une énergie potentielle $E_p(x)$ ne dépendant que d'une coordonnée x dans un repère cartésien, alors la force associée s'écrit :

$$\vec{f} = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}\vec{u}_x.$$

De manière générale, une force conservative dérive d'une énergie potentielle. Comme la force ne dépend pas du chemin suivi, $-\dfrac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}, -\dfrac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}y}$ et $-\dfrac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}z}$ représente respectivement la projection de la force $\vec{f}$ associée à l'énergie E_p suivant les vecteurs unitaires $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$.

Pour une base quelconque, on utilise l'opération de dérivation vectoriel appelé gradient :

$$\vec{f} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(E_p)$$

Propriété 3 - Gradient

Expression du gradient dans différents systèmes de coordonnées (donné dans les exercices) :

Cartésien	Cylindrique	Sphérique
$\frac{\partial f}{\partial x}\vec{u}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{u}_y + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{u}_z$	$\frac{\partial f}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{u}_z$	$\frac{\partial f}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$

Exemple

Donnons quelques exemples de forces conservatives et des énergies potentielles associées :

1. Un objet ponctuel massif ou chargé A crée une force sur un objet du même type B vérifiant $\vec{f}_{A\to B} = \dfrac{\lambda}{r^2}\vec{u}_r$ où r est la distance entre les deux objets et λ une constante. En choisissant un système de coordonnées sphériques centré sur l'objet A, la variation élémentaire suivant $\vec{u}_r$ s'exprime $\mathrm{d}\vec{OM}\cdot\vec{u}_r = \mathrm{d}r$: ce type de force dérive de l'énergie potentielle
$$E_p = \frac{\lambda}{r} + cte,$$
car on a bien $-\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r}\vec{u}_r = \vec{f}_{A\to B}$, elle est donc conservative.
2. L'énergie potentielle élastique $1/2k(\ell-\ell_0)^2$ d'un ressort permet de retrouver l'expression de la force élastique :
$$-\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}\ell}\vec{u} = -k(\ell-\ell_0)\vec{u}$$
, où $-\vec{u}$ est le vecteur unitaire dirigé d'une extrémité du ressort (le point d'application de la force) vers l'autre extrémité.
3. Les forces uniformes qui s'exprime $\vec{f} = f\vec{u}_x$, avec $\vec{u}_x$ un vecteur unitaire d'une base cartésienne, sont conservatives. Si on utilise la coordonnée x pour repérer un point matériel soumis à une force de ce type, l'énergie potentielle associée s'exprimera :
$$E_p = -fx + cte.$$

Exercice 19.2

1. Retrouver la forme de l'énergie potentielle de pesanteur dans le référentiel terrestre.
2. De manière similaire, retrouver l'énergie potentielle électrostatique pour un champs électrique $\vec{E}$ uniforme (situation idéalisée obtenue entre deux plaques chargées d'un condensateur).
3. Calculer l'énergie potentielle acquise par un électron soumis à une différence de potentiel électrostatique de 1V. (Rappel $E_p = qV(M)$ avec $V(M)$ potentiel électrostatique de la charge q située au point M.)

2.3 Théorème de l'énergie et de la puissance cinétique

Définition 6 - Energie cinétique

Dans un référentiel d'étude $\mathcal{R}$, pour une point matériel de masse m et de vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$, son énergie cinétique est donnée par :
$$E_c = \frac{1}{2}m\|\vec{v}_{M/\mathcal{R}}\|^2.$$

Propriété 4 - Théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel Galiléen $\mathcal{R}$, la variation de l'énergie cinétique d'un point matériel entre deux instants est égale au travail des forces extérieures W subies par ce point :
$$\Delta E_c = W$$
avec $W = \sum_i \int_{t_1}^{t_2} \vec{f}_{i,ext}\cdot\vec{v}_{M/\mathcal{R}}\,\mathrm{d}t$, l'indice i et le symbole somme étant utilisés ici de façon détournée pour distinguer différentes forces extérieures.

Remarque : Ce théorème se déduit du principe fondamental de la dynamique : il suffit de multiplier l'équation du PFD par la vitesse du point matériel (dans le référentiel galiléen utilisé pour écrire le PFD), puis d'intégrer temporellement l'expression entre deux instants. On sera aussi amené à utiliser les équations suivantes, qui se déduisent des étapes intermédiaires de la démonstration :

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = P, \qquad \mathrm{d}E_c = \delta W.$$

Exercice 19.3

Montrer que la vitesse v d'une particule de charge q et de masse m initialement au repos et soumis à une différence de potentiel ΔV vérifie : $v = \sqrt{2|q|\Delta V/m}$.

2.4 Théorème de l'énergie et de la puissance mécanique

Définition 7 - Energie mécanique

Somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle associées aux forces conservatives d'un point matériel M de masse m et de vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$: $E_m = E_c + E_p$

Propriété 5 - Théorème de l'énergie mécanique

Dans un référentiel Galiléen $\mathcal{R}$, la variation de l'énergie mécanique d'un point matériel entre deux instants est égale au travail des forces extérieures non conservatives W_{nc} subies par ce point :

$$\Delta E_m = W_{nc},$$

avec $W = W_c + W_{nc}$, les indices c et nc étant utilisés pour distinguer le travail des forces extérieures conservatives (indice c) ou non conservatives (indice nc).

Remarque : Ce théorème se déduit du théorème de l'énergie cinétique : il suffit de séparer le travail des forces conservatives - qui, par définition, est égal à l'opposé de l'énergie potentiel associées à ces forces - avec celui des forces non conservatives [1]. On sera aussi amené à utiliser les équations suivantes :

$$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = P_{nc}, \qquad \mathrm{d}E_m = \delta W_{nc}.$$

3 Etude mécanique à partir de considérations énergétiques

Une étude énergétique (ou de puissance) permet d'étudier un système mécanique et d'en tirer des informations importantes plus "rapidement" que par le PFD. Par soucis de clarté de l'exposé, nous raisonnerons uniquement sur un point matériel dont les énergies cinétiques, mécaniques et potentielles ne dépendent que d'une seule variable (ou de ces dérivées temporelles). Le référentiel d'étude $\mathcal{R}$ est supposé Galiléen.

3.1 Energies cinétiques et mécaniques accessibles par un point matériel

Propriété 6

Si le travail des forces non conservatives appliquées à un point matériel M dans $\mathcal{R}$ est résistant alors l'énergie mécanique ne peut que décroître. S'il est nul alors l'énergie mécanique est conservée.

Cette propriété est très importante du fait que beaucoup de systèmes physiques étudiés la vérifient (à relier avec la thermodynamique). D'après cette propriété, la variation temporelle de l'énergie mécanique ou cinétique sera contrainte (bornée) dans le cas d'un

1. Avec des notations détournées (similaire à celles utilisées dans le théorème de l'énergie cinétique) :
$W = W_c + W_{nc} = -\Delta E_p + W_{nc} = \sum_i \int_{t_1}^{t_2} \vec{f}_{i,ext,c} \cdot \vec{v}_{M/\mathcal{R}}\,\mathrm{d}t + \sum_j \int_{t_1}^{t_2} \vec{f}_{j,ext,nc} \cdot \vec{v}_{M/\mathcal{R}}\,\mathrm{d}t$

travail de forces non conservatives résistant ou nul. Soit $E_{m,0}$ l'énergie mécanique à un temps initial t_0, on aura pour tout $t > t_0$:

$$E_m(t) \leq E_{m,0} \tag{3.1}$$

L'énergie cinétique est quant à elle bornée inférieurement par 0 du fait de sa définition (masse et carré de la vitesse positif) :

$$E_c \geq 0 \tag{3.2}$$

D'après la définition de l'énergie mécanique, cette relation donne une contrainte sur l'énergie potentielle que peut acquérir un point matériel à tout temps [2] :

$$E_p \leq E_m \tag{3.3}$$

Toute l'importance de cette équation intervient lorsqu'on trace le profil d'énergie potentiel en fonction de la variable associée au point matériel. Notons r cette variable (une distance entre deux objets par exemple). Si on trace le profil de l'énergie potentiel en fonction de celle-ci, on peut déterminer graphiquement un domaine accessible par le système mécanique étudié, i.e. un intervalle pour la variable r (cf figure 19.1).

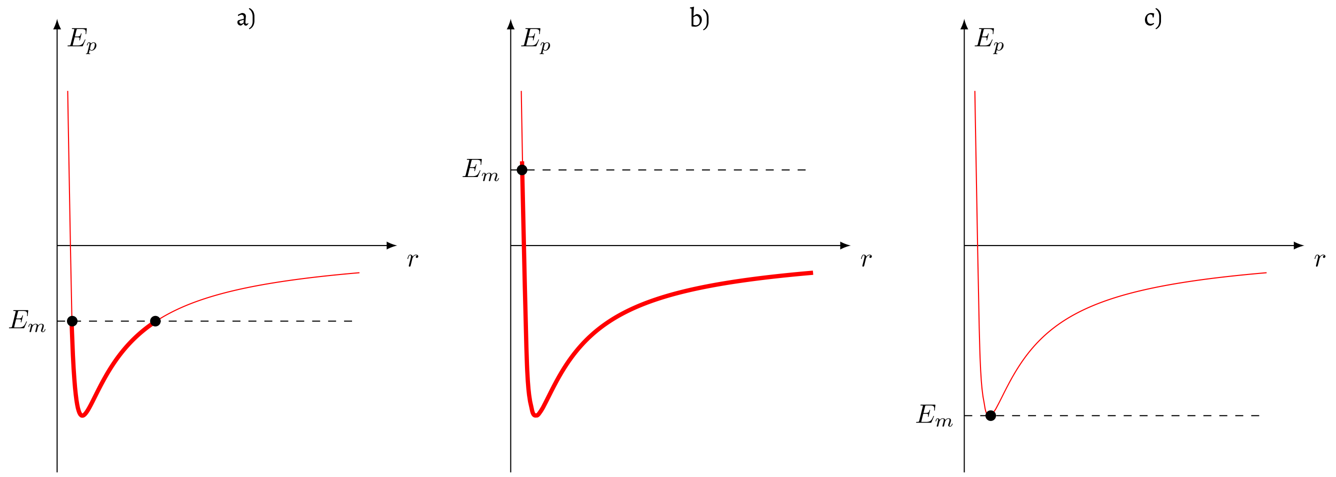


FIG. 19.1 – Exemple de profil d'énergie potentielle en $\alpha(-1/r + \beta/r^2)$ (type de profil rencontré dans les problèmes gravitationnels à deux corps). De gauche à droite, différentes valeurs de l'énergie mécanique sont tracées. a) Pour $E_m < 0$, il existe deux valeurs $r_1 < r_2$ pour r tel que $E_p(r_{1/2}) = E_m$ et tel que tout r soit compris dans l'intervalle $[r_1, r_2]$ (parie de la courbe d'énergie potentielle accessible mise en gras). Cet état est dit lié. b) L'énergie mécanique est suffisante que le point matériel puisse accéder à toute position $r \geq r_1$ avec $E_p(r_1) = E_m$. Cet état est dit libre ou de diffusion. c) Enfin, l'énergie mécanique est minimale et est égal à l'énergie potentielle : l'énergie cinétique est donc nulle, r ne peut pas varier.

Exercice 19.4

Un objet de masse m au repos sur Terre à une énergie potentielle de $E_p = -GmM/R_T$. Pour qu'un satellite puisse partir de l'attraction gravitationnelle de la Terre, quelle vitesse lui communiquer (on l'appelle vitesse de libération)?

3.2 Position d'équilibre et condition de stabilité

Avec la figure 19.1, on note que le profil de l'énergie mécanique donne un renseignement important sur l'équilibre et la stabilité d'un système. Intuitivement, si le profil d'énergie potentiel présente un minimum, si l'énergie cinétique est nulle alors elle le restera (cas où l'énergie mécanique est égal à l'énergie potentielle), d'où la propriété suivante :

Propriété 7

En présence de forces conservatives, les positions d'équilibre $r_{\text{éq}}$ correspondent à des extrema d'énergie potentielle. Ces positions sont stables s'il s'agit d'un minimum. Les deux conditions se résument aux équations suivantes :

$$\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r}(r_{\text{éq}}) = 0, \qquad \frac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}r^2}(r_{\text{éq}}) > 0.$$

2. La variable temps est implicite, l'énergie mécanique et potentielle correspond à celle calculée à un temps précis. Généralement, les énergies ne dépendent pas explicitement du temps, mais uniquement des positions et vitesses (qui dépendent du temps).

Exercice 19.5

Dans le cas de deux charges ponctuelles, une énergie potentielle effective peut être déterminée. Elle vérifie en coordonnées cylindrique, pour un doublet (charge, masse) noté (q,m) et (q',m') :

$$E_{\text{p,eff}} = \frac{mC^2}{2r^2} + \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

où r représente la distance au centre de masse, C une constante (terme de conservation du moment cinétique) et ε_0 la permitivité diélectrique du vide. Déterminer le profil de l'énergie potentielle effective dans le cas $qq' < 0$ et $qq' > 0$, et dire s'il existe une position d'équilibre stable.

3.3 Approximation d'une position d'équilibre stable par un oscillateur harmonique

La formule de Taylor [3] vu en Mathématiques permet de comprendre pourquoi un mouvement autour d'une position d'équilibre stable peut être vu comme un mouvement d'oscillateur harmonique. En effet, n'importe quel fonction régulière dépendant d'une variable r (très souvent le cas des énergies potentielles en physique) peut s'écrire, au voisinage d'une valeur r_0 pris par cette variable :

$$f(r) = f(r_0) + \frac{f'(r_0)}{1!}(r-r_0) + \frac{f^{(2)}(r_0)}{2!}(r-r_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(r_0)}{n!}(r-r_0)^n + R_n(r)$$

où $R_n(r)$ est une fonction négligeable par rapport à r^n quand r tend vers r_0. L'énergie potentielle peut être développé de cette manière au voisinage d'une position d'équilibre, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} E_p(r) &= E_p(r_{\text{éq}}) + \frac{E_p'(r_{\text{éq}})}{1!}(r-r_{\text{éq}}) + \frac{E_p^{(2)}(r_{\text{éq}})}{2!}(r-r_{\text{éq}})^2 + O\left((r-r_{\text{éq}})^3\right) \\ &= E_p(r_{\text{éq}}) + \frac{1}{2!}\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}r^2}(r_{\text{éq}})(r-r_{\text{éq}})^2 + O\left((r-r_{\text{éq}})^3\right) \end{aligned}$$

Car la dérivée première de l'énergie potentielle est nulle à la position d'équilibre. Au voisinage [4] de la position d'équilibre $r_{\text{éq}}$, l'énergie potentielle vérifie :

$$E_p(r) \simeq a + \frac{1}{2}b(r-r_{\text{éq}})^2$$

où a et b sont des constantes, et $b > 0$ d'après le critère de stabilité de la position d'équilibre. On retrouve une énergie potentielle qui ressemble à celle d'un ressort de raideur b ! D'où l'importance de l'oscillateur harmonique en physique : un point matériel proche d'une position d'équilibre stable se comporte comme un oscillateur.

Exercice 19.6

Soit deux corps de masses m et M. En la présence unique d'une force d'attraction gravitationnelle, l'énergie potentielle effective du corps de masse m peut s'écrire en coordonnées cylindriques :

$$E_{\text{p,eff}} = \frac{mC^2}{2r^2} - \frac{GmM}{r},$$

où r représente la distance au centre de masse, C une constante (terme de conservation du moment cinétique) et G la constante de gravitation universelle.

1. Tracer le profil de l'énergie potentielle effective en fonction de r.
2. Déterminer r_0 la position d'équilibre stable du système.
3. Donner l'expression de la constante de raideur effective au voisinage de r_0.
4. Exprimer la période des oscillations en fonction de cette constante de raideur et de la masse m. Quelle expression connue retrouve-t'on [a] ?
5. Faire une estimation de cette constante de raideur dans le cas du système Terre-Soleil.

Données : Distance Terre-Soleil à la périhélie 147 Mkm et à l'aphélie 152 Mkm. $G = 6{,}674.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$, $M_\star = 2.10^{30}$ kg.

a. C'est un heureux hasard de retrouver la troisième loi de Kepler, puisqu'ici la période calculée est celle d'une oscillation suivant la direction $\vec{e_r}$ qui peut être totalement différente de la période de révolution (on pourrait imaginer une trajectoire qui ne se ferme sur elle même qu'après un certain nombre d'oscillations). Cette égalité peut être démontrée dans le cas d'une force centrale comme l'interaction gravitationnelle ou Coulombienne (Théorème de Bertrand).

3. Cette formule très importante en physique permet par aussi de calculer les développement limités.
4. On entend par là que la condition $|r-r_0| \ll |E_p^{(2)}(r_{\text{éq}})/E_p^{(3)}(r_{\text{éq}})|$ doit être vérifiée.

Exercice 19.7 - suite

Si la distance entre les deux corps est de r_0, comme elle est fixe et que la force est dirigé vers le centre de masse de l'ensemble, les deux corps sont en mouvement de rotation uniforme autour du centre de masse de l'ensemble et décrivent des orbites circulaires.

6. Calculer la vitesse des deux corps (cette vitesse est une vitesse dite cosmique, qui est celle à communiquer à un satellite en orbite basse pour qu'il effectue une trajectoire circulaire autour du corps considéré).

3.4 Profil d'énergie potentielle et portrait de phase

A partir du profil d'énergie potentiel (dépendant d'une seule grandeur physique r) et si l'énergie mécanique du système physique étudié est conservée, il est possible de remonter au portrait de phase du système. En effet, si $E_c + E_p = E_m = cte$ alors, si $v_{M/\mathcal{R}} = \dot{r}$, on a :

$$\dot{r} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left(E_m - E_p(r)\right)} \text{ pour } \mathrm{E_m - E_p(r)} \geq 0.$$

C'est l'expression cherchée pour tracer un portrait de phase, à savoir l'expression d'une grandeur en fonction de sa primitive. Le signe $\pm$ indique qu'il existe deux solutions de signe opposé, le portrait de phase sera donc symétrique par rapport à la droite d'équation $\dot{r} = 0$. Le sens de parcours se déduit du signe de la dérivée : si $\dot{r} < 0 \Rightarrow r \searrow$ et si $\dot{r} > 0 \Rightarrow r \nearrow$.

Exemple

Pour un pendule simple avec fil rigide, l'énergie potentielle de pesanteur vaut (dans le repère usuel et en choisissant une énergie potentielle nulle à $\theta = \pi/2$) :

$$E_p = -mg\ell\cos(\theta).$$

On remarque que l'énergie potentielle ne dépend que d'un seul paramètre θ, on va donc pouvoir chercher s'il existe une position d'équilibre stable :

$$\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}\theta} = mg\ell\sin(\theta) \qquad\qquad \frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}\theta^2} = mg\ell\cos(\theta)$$

$$= 0 \text{ si } \theta = \mathrm{p}\pi \text{ avec } \mathrm{p} \in \mathbf{Z} \qquad\qquad > 0 \text{ si } \theta \in]-\pi + 2\mathrm{p}\pi, \pi + 2\mathrm{p}\pi[$$

On a donc une position d'équilibre stable pour $\theta \equiv 0[2\pi]$ (masse en bas) et instable pour $\theta \equiv \pi[2\pi]$ (masse en haut).

Dans le cas des petits angles, l'énergie potentielle du pendule peut s'écrire : $E_p = -mg\ell(1 - \frac{\theta^2}{2})$. On a donc une énergie potentielle équivalente à celle d'un ressort ($\ell\theta$ serait l'élongation [5]) de raideur $k = mg/\ell$. La pulsation est donc $\sqrt{k/m} = \sqrt{g/\ell}$, on retrouve bien le résultat connu.

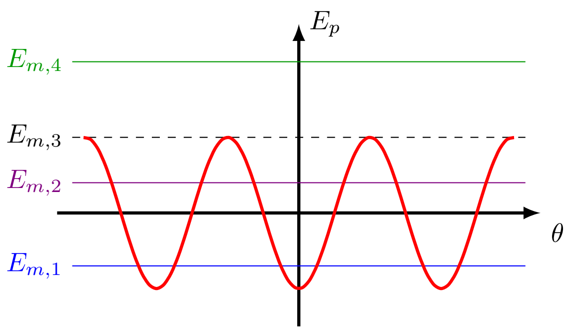
L'équation du mouvement, déterminé via le PFD, donne : $\ell\ddot{\theta} + g\sin(\theta) = 0$, avec ℓ la longueur du fil. En multipliant cette équation par $\ell\dot{\theta}$ et en intégrant nous obtenons :

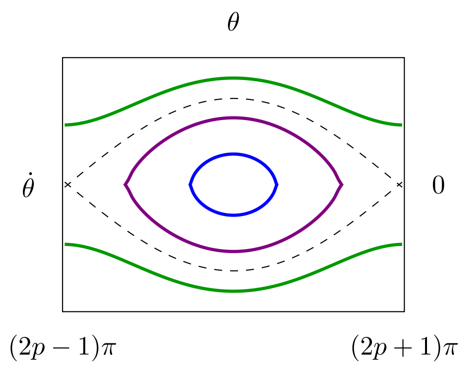
$$\frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2 - mg\ell\cos(\theta) = cte = E_m$$

On retrouve que la somme de l'énergie potentiel et du terme d'énergie cinétique est une constante, l'énergie mécanique est conservée. Ensuite, on peut tracer le portrait de phase pour différentes valeurs initiale de l'énergie mécanique :

$$\dot{\theta} = \pm\sqrt{2E_m + 2\frac{g}{\ell}\cos(\theta)},$$

On peut représenter le profil de l'énergie potentielle en fonction de θ et le portrait de phase pour différentes valeurs de l'énergie mécanique.





4 Application aux forces électromagnétiques

4.1 Rapport de forces

Il est intéressant de comparer la force gravitationnelle à la force Coulombienne : pour deux corps chargés de couple (charge, masse) noté (m,q) et (m',q'), le rapport entre le module des deux forces vaut :

$$\frac{4\pi\varepsilon_0 Gmm'}{|qq'|} \simeq 7.10^{-24}\frac{mm'}{|qq'|} \simeq 8.10^{-37}\frac{\frac{m}{u}\frac{m'}{u}}{|\frac{q}{e}\frac{q'}{e}|}$$

Avec $u = 1{,}661.10^{-27}$ kg l'unité de masse atomique et $e = 1{,}602.10^{-19}C$ la charge élémentaire. Dans le cas des particules élémentaires (proton, électrons) on remarque que la force qui domine est d'origine électrostatique : la force gravitationnelle est 10^{-40} fois plus faible que la force électrostatique dans le cas de l'interaction d'un proton et d'un électron. Pour que l'interaction gravitationnelle prenne le dessus il faut que le rapport entre masses et charges soit important.

4.2 Travail et puissance de la force de Lorentz

La force que subit une particule de charge q plongée dans un champs électromagnétique vérifie :

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}_{M/\mathcal{R}} \wedge \vec{B}\right). \tag{4.1}$$

Si on calcul la puissance de cette force on s'aperçoit que seule le champs électrique donne une puissance non nulle (le produit vectoriel de deux vecteurs est orthogonal à chaque vecteur) :

$$\mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}_{M/\mathcal{R}} = q\vec{E}\cdot\vec{v}_{M/\mathcal{R}} \tag{4.2}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a donc :

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = q\vec{E}\cdot\vec{v}_{M/\mathcal{R}} \tag{4.3}$$

Remarques :

1. Si la particule est plongée dans un champs magnétique pur, l'énergie cinétique de celle-ci ne varie pas, la norme du vecteur vitesse est donc constant. En utilisant la notion de rayon de courbure r, on a $mv_{M/\mathcal{R}}^2/r = |q|vB = cte$, la particule décrit une trajectoire circulaire de rayon
$$r = \frac{m|v_{M/\mathcal{R}}|}{|q|B}.$$
Cette relation entre rayon de courbure et masse peut être utilisée pour déterminer expérimentalement la masse des particules (spectromètre de masse).
2. Un champs électrostatique pouvant s'écrire sous la forme d'un gradient (la force électrostatique est donc conservative), l'énergie mécanique de la particule est conservée.

Le travail de la force électrostatique s'écrit :

$$W_{1,2} = -q(V(2) - V(1)) \tag{4.4}$$

où $V(1)$ et $V(2)$ sont les potentiels électrostatiques exprimés à l'instant (ou position) 1 et 2 pris par la particule. Ainsi, entre deux plaques dont la différence de potentiel est de 1V, un électron acquiert une énergie cinétique égale à $1.6.10^{-19}$ J soit 1 eV (d'où la conversion).

Remarque : Une particule de charge q et de masse m soumise à une différence de potentiel ΔV acquiert donc une énergie cinétique : d'après le théorème de l'énergie cinétique on a $\Delta E_c = -q\Delta V$. Dans le cas particulier d'une particule initialement au repos, la vitesse acquise est de $\sqrt{2|q\Delta V|/m}$