

## 1 Introduction

Caméra, appareil photographique, microscope, œil, télescope, loupe, lunette : nous sommes entourés de systèmes optiques !

✎ **Expérience** : Image d'un objet en classe (papier calque, lentille, objet)

## 2 Formation des images par les systèmes optiques

### 2.1 Construction des objets et des images

#### Définition 1 - Système optique

Un système optique est une succession de dioptries et de catadioptries (surfaces réfléchissantes).

**Conséquence** : Un système optique peut dévier un faisceau lumineux.

#### Convention 1 - Rayons réels et virtuels

Un rayon de lumière est tracé en trait plein s'il est réel, en pointillé s'il est virtuel. Le rayon réel est celui que l'on peut voir : si on place un écran sur le trajet d'un rayon réel, on observera un point sur l'écran. Le rayon virtuel est le prolongement d'un rayon réel. C'est un rayon lumineux fictif (ou virtuel) qui ne peut pas être vu : si un écran est placé sur son trajet, il n'y aura aucun point lumineux visible sur celui-ci.

#### Définition 2 - Objet et Images, réelles et virtuelles

On considère un système optique de taille finie. Faire le lien entre les définitions et la figure ci-dessous

- ★ **Image** : Soit un objet ponctuel A émettant de la lumière dans toute les directions. D'après la première loi de l'optique géométrique, tous les rayons se propagent en ligne droite, sauf lorsqu'ils rencontrent le système optique. Si des rayons se croisent avant avoir traversé le système optique, les points d'intersections constituent l'**image réelle** de l'objet que l'on note A' par convention. Si le prolongement des rayons réels (les rayons virtuels) se croisent après le système optique, on parle d'**image virtuelle**.
- ★ **Objet** : Si des rayons réels proviennent d'un point A situé avant le système optique (les rayons réels se croisent avant le système optique), le point d'intersection est appelé **objet réel**. Si les rayons constituant l'objet se croisent après le système optique (les rayons sont donc forcément virtuels), alors l'objet A est virtuel.

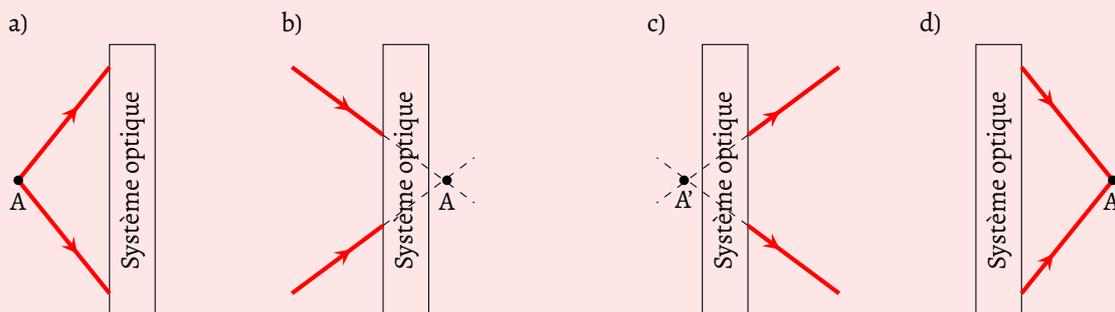


FIG. 3.1: De gauche à droite : objet réel, objet virtuel, image virtuelle, image réelle.

### Exercice 3.1

On considère deux systèmes optiques successifs. Le premier transforme un objet réel  $A$  en image réelle  $A'$ . Schématiser la situation. Le deuxième système est placé après l'image  $A'$  et transforme  $A'$  en  $A''$ , image réelle de  $A'$  par le deuxième système. Schématiser la situation. A quoi correspond  $A'$  pour le deuxième système optique? Si ce système optique est placé avant  $A'$ , que devient  $A'$  pour celui-ci?

## 2.2 Du stigmatisme rigoureux aux conditions de Gauss

En réalité, il peut exister plusieurs images d'un objet ponctuel à travers un système (plusieurs points de croisement de rayons issus d'un objet ponctuel) d'où les définitions suivantes :

### Définition 3 - stigmatisme rigoureux et approché

Si tous les rayons issus d'un objet ponctuel  $A$  ressortent d'un système optique en passant par le point image  $A'$ , le système est dit « **rigoureusement stigmatique** pour le couple  $(A, A')$  » et « que les points sont **conjugués** par le système ». On parle de stigmatisme approché lorsque l'ensemble des points image  $A'$  de l'objet  $A$  par le système optique forment une tache que la résolution de l'instrument de mesure utilisé pour observer cette tache (oeil, caméra, etc.) ne peut résoudre.

### Propriété 1

Le miroir est un système optique rigoureusement stigmatique pour tout couple de points  $(A, A')$  symétriques par rapport au miroir.

### Exercice 3.2

Justifier la propriété précédente par un tracé de rayons : montrer qu'en prenant un couple  $(A, A')$  symétriques par rapport au miroir,  $A'$  est bien l'image de  $A$ .

### Définition 4 - Axe optique

Si un système optique admet une invariance par révolution autour d'un axe, ce dernier est appelé **axe optique**. S'il admet un axe optique, le système optique est dit **centré**.

### Propriété 2 - Conditions de Gauss

Les systèmes optiques centrés sont approximativement stigmatiques et aplanétiques pour tout couples de points (objet, image) uniquement reliés par des rayons dits **paraxiaux**. Ces rayons vérifient deux critères :

1. Un rayon paraxial est peu incliné par rapport à l'axe optique.
2. Un rayon paraxial reste voisin de l'axe optique.

**Remarque :** Ces conditions sont essentiellement d'ordre expérimentales. Quelques exemples typiques sur des montages : ne pas utiliser des objets trop gros par rapport aux lentilles, mettre l'axe optique de la lentille selon le trajet de la lumière (généralement parallèlement au banc d'optique), ne pas utiliser des lentilles de focale trop faibles<sup>1</sup> ( $|f'| < 100$  mm à éviter).

1. Les lentilles de microscope sont une exception, elles corrigent beaucoup d'aberrations.

### Définition 5 - Aplanétisme

Si l'image  $A'$  reste dans un plan perpendiculaire à l'axe optique en déplaçant un objet  $A$  dans le plan perpendiculaire à l'axe optique et que le système optique est rigoureusement stigmatique pour le couple de points  $(A, A')$ , le système est dit **rigoureusement aplanétique**. Si le système optique n'est qu'approximativement stigmatique pour le couple de points  $(A, A')$ , le système est dit **approximativement aplanétique**.

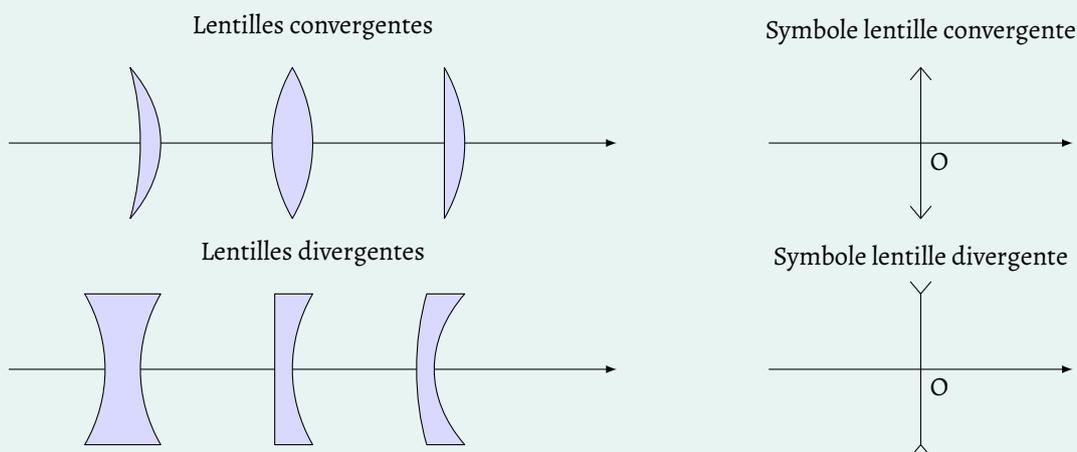
## 2.3 Vocabulaire concernant les lentilles

### Définition 6 - Lentille mince, convergentes et divergentes

Une lentille mince est constituée d'un milieu transparent, linéaire, homogène et isotrope dont l'épaisseur est suffisamment faible devant les rayons de courbures des dioptries délimitant ce milieu. Les centres des rayons de courbure sont situés sur l'axe optique. On distingue deux types de lentilles :

- **Lentille convergente** : le centre est plus épais que les bords.
- **Lentille divergente** : le bord est plus épais que le centre.

### Convention 2 - Symbole d'une lentille mince convergente et divergente



### Convention 3

L'écriture «  $A \xrightarrow{S} A'$  » signifie : « L'image de l'objet  $A$  par le système optique noté  $S$  est en  $A'$  ».

### Convention 4 - Orientation de l'axe optique et distance algébrique

L'axe optique est orienté par convention selon la direction de propagation de la lumière. La distance algébrique notée  $\overline{AB}$  entre deux points quelconques  $A$  et  $B$  situés sur l'axe optique sera compté positivement si  $B$  est situé après  $A$ , négativement sinon :

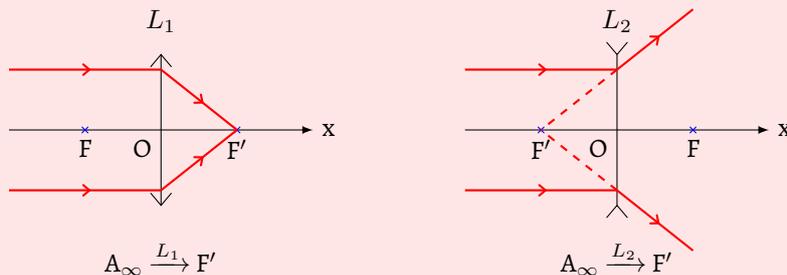
$$\overline{AB} = AB = -\overline{BA} \quad \text{si } B \text{ est situé après } A \text{ sur l'axe optique}$$

## 2.4 Caractéristiques des lentilles minces

Sauf cas particulier, les propriétés des lentilles minces sont obtenues dans les conditions de Gauss.

### Définition 7 - Foyer principal image et foyer principal objet

Le **foyer image**  $F'$  correspond à l'image d'un objet ponctuel réel situé à l'infini sur l'axe optique. Le **foyer objet** correspond au symétrique de  $F'$  par rapport au centre optique  $O$ .



**Remarque :** Les positions des foyers objet et image dépendent du sens de propagation de la lumière.

### Exercice 3.3

En utilisant le principe du retour inverse de la lumière et la remarque précédente, que dire de l'image d'un objet qui est situé sur le foyer objet d'une lentille?

### Définition 8 - Plan focal image et objet

Le plan focal image (respectivement objet) est un plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par le foyer image (respectivement objet).

### Définition 9 - Focale

Par définition, la distance focale image  $f'$  d'une lentille vaut  $f' = \overline{OF'}$ , avec  $\overline{OF'}$  la longueur algébrique du segment  $[OF']$ , avec l'axe optique orienté par convention selon la propagation de la lumière. La distance focale objet  $f = \overline{OF}$ .

### Exercice 3.4

Quel est le signe  $f'$  pour les cas d'une lentille convergente ou divergente?

### Définition 10 - Vergence

La vergence est l'inverse de la distance focale :  $V = \frac{1}{f'}$ . Elle s'exprime en dioptrie ( $\delta$ ) dans le système international.

### Propriété 3 - Foyers secondaires

Tout point objet réel situé à l'infini  $B_\infty$ , hors de l'axe optique, possède une image  $B'$  (réelle ou virtuelle) dans le plan focal image. Par principe de retour inverse de la lumière, tout objet réel ou virtuel  $B$  situé dans le plan focal objet a une image à l'infini  $B'_\infty$ .

### Propriété 4 - Rayons passants par le centre optique

Tout rayons passant par le centre optique d'une lentille mince ne subit pas de déviations.

### Exercice 3.5 - Construction d'images

Construire l'image d'un objet situé en  $-\infty$  et hors de l'axe optique pour une lentille convergente et divergente.

## 2.5 Construction d'images et d'objets par des lentilles minces

L'intersection de deux rayons forment un point qui aura des coordonnées précises dans l'espace. Ainsi, pour repérer la position d'un objet ou d'une image (sauf cas où ils sont situés à l'infini), il faudra systématiquement utiliser au moins deux rayons (réels ou virtuels).

### Exercice 3.6 - Construction d'images

Construire l'image d'un objet réel et virtuel par une lentille mince convergente et divergente.

On peut résumer l'exercice précédent avec ces tableaux :

Lentille convergente	image réelle	image virtuelle	Lentille divergente	image réelle	image virtuelle
objet réel	objet $\in ]-\infty, f]$ image $\in [f', \infty[$	objet $\in [f, 0]$ image $\in ]-\infty, 0]$	objet réel	• •	objet $\in ]-\infty, 0]$ image $\in [f', 0]$
objet virtuel	objet $\in [0, \infty[$ image $\in [0, f']$	• •	objet virtuel	objet $\in [0, f]$ image $\in [0, \infty[$	objet $\in [f, \infty[$ image $\in ]-\infty, f']$

## 2.6 Relations de conjugaison pour une lentille

### Propriété 5 - formule de conjugaison et de grandissement

Les relations ci-dessous sont obtenues pour une lentille mince dans les conditions de Gauss de distance focale image  $f'$  et de centre O, qui conjugue l'objet A en image A' :

☆ **Formule de Descartes :**

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

☆ **Formule de Newton :**

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$$

☆ Le **grandissement transversal** (voir plus loin la définition) vérifie :

$$\gamma_t = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}$$

### Exercice 3.7

1. En notant  $y = 1/\overline{OA'}$  et  $x = 1/\overline{OA}$  tracer l'ensemble des couples (objet, image) possible dans le plan  $(O, x, y)$  pour une lentille convergente et divergente.
2. Dans quelle partie du plan l'objet ou l'image sont réels, virtuels? Montrer le lien avec les tableaux de la section précédente.
3. Montrer, à partir de la formule de conjugaison de Descartes, que la distance notée  $D$  entre l'objet et la l'image pour qu'une image se forme à partir d'une lentille convergente vérifie l'inégalité :  $D \geq 4f'$ .

### 3 Exemples de systèmes optiques

#### Définition II - Grandissement

Applicable à tout système optique :

- Le **grandissement transversal** d'un système optique noté  $\gamma_t$  est défini comme le rapport entre la taille d'une image  $A'B'$  perpendiculaire à l'axe optique et son objet  $AB$  :

$$\gamma_t = \frac{A'B'}{AB}.$$

- Le **grandissement angulaire**, appelé aussi **grossissement** d'un système optique noté  $\gamma_\alpha$  est défini comme le rapport entre l'angle  $\alpha'$  que fait un rayon passant par l'image avec l'axe optique et l'angle  $\alpha$  que fait un rayon passant par l'objet avec l'axe optique (pour un couple (objet, image) ponctuel) :

$$\gamma_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

#### 3.1 L'œil

L'œil humain se modélise comme une lentille de focale variable (cornée + cristallin) d'extension fixée par un diaphragme (iris) et d'un capteur photosensible (rétine). La limite de résolution angulaire de l'œil est de l'ordre<sup>2</sup> de  $3 \cdot 10^{-4}$  rad.

L'œil emmétrope (normal) permet une vision nette à l'infini sans accommoder (*punctum remotum*) jusqu'à environ 25 cm au maximum d'accommodation (*punctum proximum*). Un œil myope a un *punctum remotum* et *proximum* plus près : il ne voit pas à l'infini. Inversement pour un œil hypermétrope : il ne voit pas de près et accommode pour voir à l'infini.

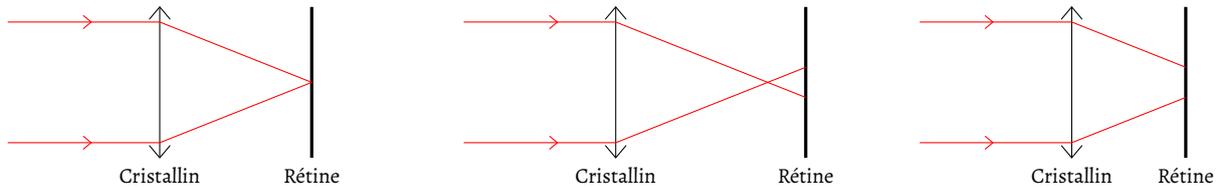


FIG. 3.2: Un œil modélisé par une lentille et un plan observe un objet en  $-\infty$ . De gauche à droite : œil emmétrope, myope et hypermétrope.

#### 3.2 L'appareil photographique à capteur CCD

L'objectif d'un appareil photographique est équivalent à une lentille mince convergente permettant de former une image sur un capteur CCD (Charge-Coupled Device). En réalité l'objectif est composé de plusieurs lentilles permettant ainsi de faire la mise au point. Un diaphragme (l'obturateur) permet de réaliser des photos avec une faible profondeur de champ (grande ouverture, premier plan net) ou une grande profondeur de champ (petite ouverture, premier plan et arrière plan nets). A luminosité égale au niveau du capteur, l'ouverture du diaphragme modifiera aussi le temps d'exposition (cf figure 3.3).



FIG. 3.3: Représentation d'un appareil photographique et de l'influence du diaphragme sur la profondeur de champs. A gauche, l'image de l'objet A par la lentille est situé sur la surface du capteur tandis que l'image de B est située avant le capteur : l'image de B forme une tache sur le capteur plus gros qu'un pixel du CCD. L'image de B sera donc floue alors que celle de A sera nette. A droite, on rajoute un diaphragme : les images de A et B sont identiques mais la tache formée par B est moins grande que la taille d'un pixel. Pour le CCD, un seul pixel sera éclairé : les images de A et de B seront nettes.

L'appareil photographique fera l'objet d'un TP.

2. On parle aussi de minute d'arc, soit  $1/60^\circ$ .

### 3.3 Lunette astronomique

La lunette astronomique est en toute généralité l'association de deux lentilles : l'objectif et l'oculaire. Il en existe plusieurs types :

- ★ La lunette de Kepler composée de deux lentilles convergentes.
- ★ La lunette de Galilée composée d'une lentille convergente et d'une divergente.

La lunette astronomique est un **système afocal**, c'est-à-dire que le point focal image  $F'_1$  de la première lentille ( $L_1$ ) est confondu avec le point focal objet  $F_2$  de la seconde lentille ( $L_2$ ). Pour des objets situés à l'infini (on peut considérer les planètes et étoiles comme étant à l'infini), cela permet d'obtenir une image par le système afocal elle aussi à l'infini (figure 3.4) :  $A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$ .

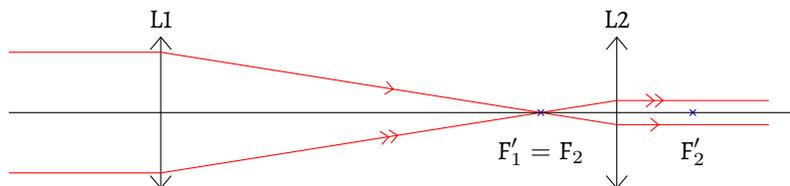


FIG. 3.4: Formation d'une image à l'infini d'un objet à l'infini par une lunette :  $A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$ .

Pour déterminer le grossissement de la lunette, on peut faire un tracé pour un objet à l'infini hors de l'axe optique (figure 3.5). On constate que pour une lunette de Kepler, le grossissement sera négatif, et pour des angles faibles, on aura :

$$\gamma_\alpha \simeq \frac{f'_1}{f_2} = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

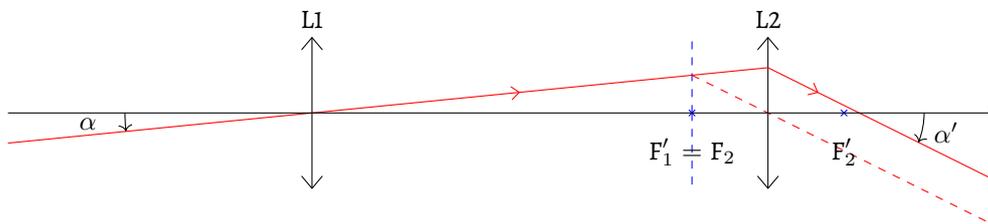


FIG. 3.5: Représentation du grossissement d'une lunette. Pour des angles faibles on a le grossissement de la lunette qui vérifie :  $\alpha'/\alpha = f'_1/f_2$ . Le rayon en pointillé est un rayon de construction.

### 3.4 Fibre à saut d'indice

Une fibre à saut d'indice peut être représentée par un cylindre appelé coeur entouré d'une gaine dans lesquels la lumière peut circuler sans atténuation ni dispersion. Les deux milieux sont homogènes et isotropes mais n'ont pas le même indice optique : l'indice de la gaine est légèrement plus faible que le coeur.

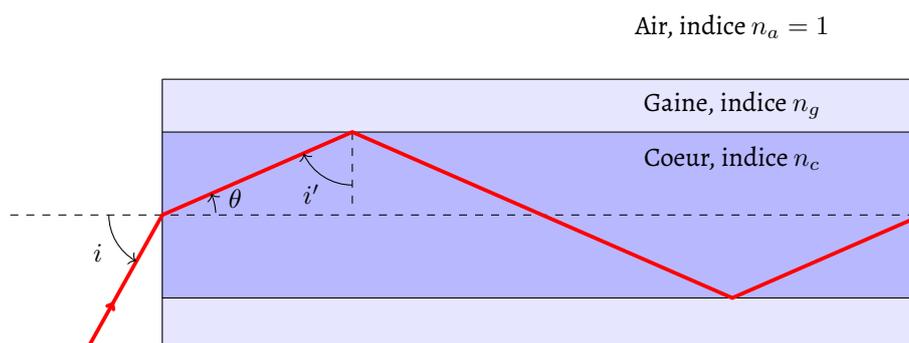


FIG. 3.6: Coupe en longueur d'une fibre à saut d'indice.

### Définition 12 - Ouverture numérique

Soit  $i_{\text{lim}}$  la valeur maximale d'angle d'incidence d'un faisceau lumineux entrant et ressortant d'une fibre à saut d'indice. L'ouverture numérique d'une fibre est la valeur

$$\text{O.N.} = n_a \sin(i_{\text{lim}}),$$

avec  $n_a$  l'indice du milieu extérieur à la fibre <sup>a</sup>.

a. Deux définitions existent pour l'ouverture numérique, avec ou sans " $n_a$ ". Il est sous-entendu que la valeur de l'indice du milieu extérieur utilisé est l'air, donc  $n_a \simeq 1$  ce qui revient au même.

**Remarque :** Ouverture numérique typique d'une fibre entre 0,3 et 0,6.

### Définition 13 - Dispersion intermodale

Différence de temps de propagation par unité de longueur maximale entre deux faisceaux pouvant se propager dans la fibre.

**Remarque :** Les fibres à gradient d'indice ou monomode sont des solutions à la dispersion intermodale.

### Exercice 3.8

1. Montrer que le temps de propagation  $T$  pour une longueur  $L$  de fibre à saut d'indice (d'indice de cœur  $n_c$ ) et un angle de première réfraction  $\theta$  vérifie :

$$T = \frac{Ln_c}{c \cos(\theta)}.$$

2. En déduire que la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice vaut :

$$\frac{n_c}{c} \left( \frac{n_c - n_g}{n_g} \right).$$

3. En supposant que  $n_c - n_g \ll n_c, n_g$  (ce qu'on pourra vérifier avec les valeurs usuelles des ouvertures numériques) montrer que la dispersion intermodale peut s'écrire en fonction de l'ouverture numérique ou de l'écart relatif  $\Delta = \frac{n_c - n_g}{n_c}$  donné par le constructeur.
4. En déduire un ordre de grandeur de cette dispersion sur 1000 km avec des fibres usuelles ( $n_c \simeq 1,4$ , O.N. = 0,3).

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Formation des images par les systèmes optiques</b>	<b>1</b>
2.1	Construction des objets et des images	1
2.2	Du stigmatisme rigoureux aux conditions de Gauss	2
2.3	Vocabulaire concernant les lentilles	3
2.4	Caractéristiques des lentilles minces	3
2.5	Construction d'images et d'objets par des lentilles minces	5
2.6	Relations de conjugaison pour une lentille	5
<b>3</b>	<b>Exemples de systèmes optiques</b>	<b>6</b>
3.1	L'œil	6
3.2	L'appareil photographique à capteur CCD	6
3.3	Lunette astronomique	7
3.4	Fibre à saut d'indice	7

## Au programme :

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Conditions de l'approximation de Gauss et applications</b> Stigmatisme. Miroir plan.	Construire l'image d'un objet par un miroir plan.
Conditions de l'approximation de Gauss.	Énoncer les conditions de l'approximation de Gauss et ses conséquences. Relier le stigmatisme approché aux caractéristiques d'un détecteur.
Lentilles minces dans l'approximation de Gauss.	Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence. Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle. Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton. Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.
<b>Modèles de quelques dispositifs optiques</b> L'œil. Punctum proximum, punctum remotum.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur plan fixe. Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
L'appareil photographique.	Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille et d'un capteur. Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné. <b>Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.</b>
La fibre optique à saut d'indice.	Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.