

1 Introduction

Les circuits électriques sont largement présent dans notre quotidien (téléphones, ordinateur, réseau électrique, etc.). La base de leur fonctionnement est le déplacement (autour d'une position d'équilibre ou non) d'un ensemble de particules chargées : la charge totale q de cet ensemble correspond toujours à un multiple entier de la charge élémentaire d'un électron à savoir :

$$q = k \times e \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \quad \text{et } q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Le déplacement de charges recouvre deux phénomènes distincts : à la fois le déplacement physique des charges, mais aussi l'effet de ce déplacement sur des particules chargées voisines. Le premier phénomène est attaché à la notion de courant électrique I , correspondant au nombre de charges qui passent par unité de temps à travers une surface, repéré par un point M et à un instant t :

$$I(M, t) = \frac{\delta q}{dt},$$

où δq est la charge algébrique passant à travers la surface pendant une durée dt s'exprimant en Coulomb, I en Ampère et dt en seconde. Le deuxième phénomène est lié aux ondes électromagnétiques¹ qui se propagent dans le milieu. La célérité de cette onde étant de l'ordre de la vitesse de la lumière, il est possible de négliger ce temps de propagation devant le temps typique de variation du courant dans un circuit donné : c'est l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS), dans laquelle nous nous placerons pour que les lois des circuits soient valables.

1.1 ARQS

Dans un fil de longueur L d'extrémités notées A et B, la durée T de propagation d'une onde électromagnétique de célérité $v \simeq 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ d'un bout à l'autre du fil est donné par $T = L/v$. Ainsi si on impose un courant électrique à un bout A du fil $I(A, t)$, le courant à l'autre bout B vérifiera $I(B, t - L/v)$.

L'ARQS consiste à dire que $I(B, t) \simeq I(B, t - L/v) = I(A, t)$. L'égalité parfaite voudrait dire que l'information se propage de manière instantanée ce qui n'est pas le cas. C'est une approximation qui se vérifie dans les cas (reliés) suivants :

- ★ La durée T est très faible devant les variations temporelles caractéristique du phénomène (typiquement la période temporelle de l'onde électromagnétique utilisée).
- ★ La longueur du circuit L est très faible devant les variations spatiales du phénomène (typiquement la période spatiale de l'onde électromagnétique utilisée).

1.2 Ordres de grandeurs et conventions

Exercice 13.1

1. Le réseau électrique Français fonctionne à $f = 50 \text{ Hz}$. Quelle est la période spatiale associée? Quel doit être la longueur d'une ligne de réseau pour que le régime de l'ARQS soit vérifié?
2. La fréquence de réception des téléphones portables est de l'ordre du GHz. Quelle est la taille du circuit récepteur pour pouvoir lui appliquer l'ARQS?

Le temps de propagation de l'onde est quasi-instantané dans le régime de l'ARQS mais pas le déplacement des charges électriques, l'exercice suivant en donne un aperçu.

Exercice 13.2

Soit un fil métallique de section $S = 1 \text{ mm}^2$ parcouru par un courant continu $I = 1 \text{ A}$.

1. En supposant que dans un métal chaque atome porte un électron libre de se déplacer vers un atome voisin, déterminer l'ordre de grandeur de la densité électronique n_e du métal. On donne le diamètre d'un atome $\simeq 10^{-10} \text{ m}$ et la masse d'un électron $m_e \simeq 10^{-30} \text{ kg}$.
2. Par analyse dimensionnelle exprimer une vitesse caractéristique de déplacement d'un électron (grandeurs caractéristiques : n_e, I, S, e) puis donner un ordre de grandeur de celle-ci.
3. On utilise 10 mètres de ce fil pour commander une ampoule via un interrupteur. Donner le temps entre le déclenchement de l'interrupteur et l'allumage de la lampe. Comparer ce temps à un autre temps caractéristique de déplacement des électrons sur cette distance.

1. Le courant est une onde électromagnétique portée par des charges électriques. La célérité d'une telle onde dépend du milieu et ne sera pas égale à la vitesse de la lumière, mais légèrement inférieure. On pourrait attribuer un "indice" pour un métal mais cette notation est généralement dédiée aux milieux "diélectriques" (déplacement physique de charges impossible).

Quelques ordres de grandeur de l'intensité présents dans des circuits :

Electronique	mA
Appareils ménagers	1-10A
Soudure à l'arc	10A
Ligne haute tension	500A
Alimentation trains	kA
Conducteur supraconducteur du LHC	20kA
Foudre	50kA

1.3 Conséquences de l'ARQS

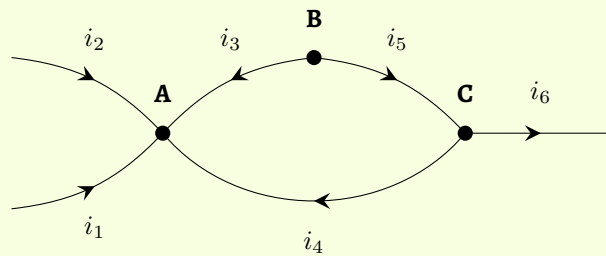
Dans un circuit électrique où l'ARQS est vérifiée, le courant électrique est conservé le long d'un fil. Ce résultat mène à la loi des nœuds, uniquement vérifiée dans le cadre de l'ARQS :

Loi des nœuds

Soit une intersection entre plusieurs conducteurs appelé nœud. La somme des courants électrique orientés de chaque conducteur vers ce nœud est nulle.

Exercice 13.3

Déterminer les relations entre les courants i_n avec $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.



1.4 Convention

Convention 1 - Signe et orientation du courant électrique

Le courant électrique est positif s'il est orienté suivant le déplacement de charges positives, négatif s'il est orienté dans l'autre sens.

Remarque : Comme le courant est proportionnel à une charge compté algébriquement, le courant sera compté positivement s'il est orienté dans le sens opposé à celui du mouvement de charges négatives et négatif s'il est orienté dans l'autre sens.

2 Tension aux bornes d'un dipôle

2.1 Potentiel électrique

Pour qu'il y ait un courant qui circule dans un circuit, c'est à dire des charges qui se déplacent, il faut appliquer une différence de potentiel électrique. On peut faire l'analogie avec de l'eau dans une rivière : l'eau s'écoule du haut vers le bas car il y a une différence d'énergie potentielle gravitationnelle entre deux altitudes différentes. Cette différence d'énergie se traduit par un mouvement d'eau, accompagné d'un certain débit qui est analogue à l'intensité électrique dans un conducteur. Pour les circuits électriques, au lieu d'utiliser l'énergie potentielle électrique d'une charge, on peut traiter uniquement le **potentiel électrique** en un point :

Définition 1 - Potentiel électrique (ou électrostatique)

La valeur du potentiel électrique au nœud M d'un circuit et notée V_M est relié à l'énergie potentielle électrique qu'aurait une charge q en ce point notée $E_p(M)$ par :

$$E_p(M) = qV_M,$$

où $E_p(M)$ s'exprime en Joules et V_M en Volt (V).

Remarques :

1. Une analogie avec un écoulement d'eau serait de considérer un élément de volume du fluide de masse m . L'énergie potentielle gravitationnelle suivant (O_z) (axe orienté suivant $-\vec{g}$ dans un réf Galiléen) serait, à une constante additive près, $E_p = mgz$ et le potentiel gravitationnel serait égal à gz .
2. Le choix d'utiliser le potentiel électrique plutôt que l'énergie potentielle électrique permet de s'abstenir de décrire le type de charge électrique utilisé et de rendre les lois que nous allons voir plus loin très générales (la loi des mailles peut s'appliquer sur des solutions comportant des ions par exemple). C'est au moment de décrire l'intensité qu'il faudra étudier les charges présentes.

Alimentation d'un appareil nomade	10V
Réseau domestique	220V
Métro parisien	750V
TGV	25kV
Lignes haute tension	150 à 500kV
Tension nuage/sol durant un orage	GV

TAB. 13.1 – Quelques ordres de grandeur des tensions du quotidien.

Convention 2 - Fil idéalisé et masse d'un circuit

- ☆ Un fil électrique idéalisé est un fil où l'énergie potentielle électrique est constante le long de celui-ci. Il est schématisé par un trait.
- ☆ L'origine de tout potentiel étant choisit arbitrairement, on choisit de le fixer à zéro par rapport à une référence que l'on appelle la masse et que l'on symbolise par :

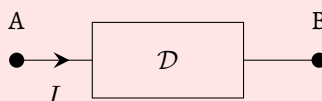


Remarque : Un fil électrique idéalisé équivaut, dans le cas de l'analogie avec un écoulement d'eau, à un tuyau d'altitude constante.

2.2 Tension et dipôles

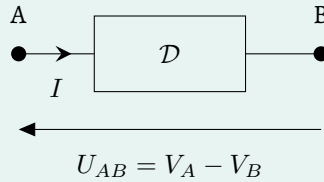
Définition 2 - Dipôle électrique et tension

Composant électrique à deux bornes entre lesquelles on peut imposer une différence de potentiel électrique, appelé aussi **tension**, et faire passer un courant. On symbolise le dipôle par :



Convention 3 - Représentation de la tension

La tension aux bornes d'un dipôle peut être $V_A - V_B$ ou $V_B - V_A$. Pour différencier les deux cas, on note $U_{AB} = V_A - V_B$ la différence de potentiel électrique entre la borne A et la borne B, et U_{BA} l'inverse. Par convention, on utilise une flèche aux bornes du dipôle pour symboliser la différence de potentiel électrique choisie :



La différence se fait donc entre la pointe de la flèche et la queue de la flèche.

Propriété 1 - Addition des tensions et loi des mailles

☆ Soit trois nœuds A, B et C dans un circuit. La tension entre les nœuds A et C est égale à la somme des tensions entre A et B et entre B et C :

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}.$$

☆ **Loi des mailles** : Soit un circuit formant une boucle fermée comportant N nœuds $\{A_1, A_2, \dots, A_N\}$, la somme des tensions entre ces nœuds est nulle. Cette boucle est appelée maille.

$$\sum_{n=1}^N U_{A_n A_{n+1}} = 0 \quad \text{avec } A_{N+1} = A_1$$

Démonstration : Pour l'addition des tensions, on a :

$$\begin{aligned} U_{AC} &= V_A - V_C \\ &= V_A - (V_B - V_B) - V_C \\ &= (V_A - V_B) + (V_B - V_C) \\ U_{AC} &= U_{AB} + U_{BC}. \end{aligned}$$

La loi des mailles est une formulation de l'addition des tensions dans une boucle fermée.

Exemple



Prenons comme exemple le circuit schématisé sur la droite. La loi des mailles stipule que :

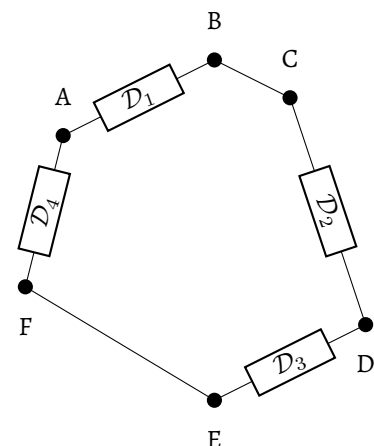
$$0 = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EF} + U_{FA}$$

En effet on a bien :

$$\begin{aligned} 0 &= V_A - V_A + V_B - V_B + V_C - V_C + V_D - V_D + V_E - V_E + V_F - V_F \\ &= (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E) + (V_E - V_F) + (V_F - V_A) \\ 0 &= U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EF} + U_{FA} \end{aligned}$$

Par ailleurs on peut remarquer sur ce circuit que :

1. L'intensité est la même dans tout le circuit car il est fermé.
2. Les tensions U_{BC} et U_{EF} sont nulles mais les potentiels électriques V_B, V_C, V_E et V_F ne le sont pas forcément.



Exercice 13.4

Rajouter à l'exemple précédent un dipôle entre B et E. La loi des mailles est elle toujours applicable? Peut-on formuler d'autres lois?

Définition 3 - Lois de Kirchhoff

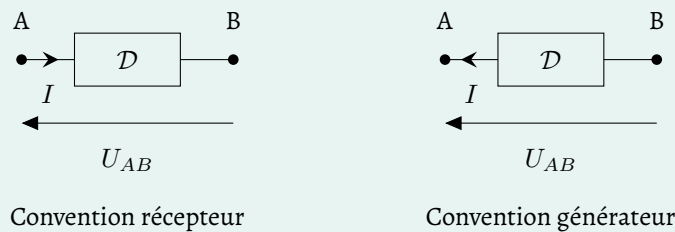
La loi des noeuds et la loi des mailles sont les deux lois de Kirchhoff.

3 Exemples et caractéristiques de dipôles électriques

3.1 Vocabulaire et conventions

Convention 4 - Convention récepteur ou générateur

Un dipôle est dit **en convention récepteur** si les flèches représentant la tension et le sens positif du courant sont opposées. Il est dit en convention générateur si les flèches sont dans le même sens.



Pour une différence de potentiel aux bornes d'un dipôle donné, il existe un courant associé le traversant. On peut ainsi représenter la caractéristique d'un dipôle dans un repère avec U en abscisse, I en ordonnée, où chaque point correspond à un point de fonctionnement possible du dipôle. Chaque caractéristique est propre à un dipôle donné (une résistance, un générateur, un condensateur ou une bobine n'auront pas les mêmes caractéristiques). Pour tracer la caractéristique d'un dipôle, on précisera son type de convention.

Définition 4 - Dipôle passif, actif, linéaire et polarisé

- ☆ Un dipôle **passif** n'admet qu'un point de fonctionnement lorsque la tension à ses bornes est nulle : l'intensité le traversant est alors nulle. Un dipôle **actif** admet un point de fonctionnement avec une intensité non nulle pour une tension nulle.
- ☆ Un dipôle est dit **linéaire** lorsque la fonction $I = f(U_{AB})$ est affine (ce qui marche aussi pour les fonctions de dérivation temporelle).
- ☆ Un dipôle est **polarisé** lorsque sa caractéristique $I = f(U_{AB})$ n'est pas symétrique par rapport à l'origine.

Exercice 13.5

Donner la caractéristique $I = f(U)$ d'un fil et d'un interrupteur. Le dipôle est-il passif, actif, linéaire, polarisé, symétrique?

3.2 Dipôles classiques

Dipôle électrique	Schéma (et orientation)	Caractéristique courant-tension	Solutions
Résistance (convention récepteur)			$U = RI$
Résistance (convention générateur)			$U = -RI$
Générateur idéal de tension			$U = E_0 \quad \forall I \geq 0$
Générateur idéal de courant			$I = I_0 \quad \forall U \geq 0$
Générateur de tension /courant stabilisé	Symboles et conventions identiques au cas idéal		$I = I_0 \quad \forall U \in [0, E_0],$ $U = E_0 \quad \forall I \in [0, I_0]$
Générateur de courant réel			$I = I_0 - \frac{U}{R}$ $\forall U \in [0, E_0 = RI_0]$
Générateur de tension réel			$U = E_0 - RI$ $\forall I \in [0, I_0 = E_0/R]$
Diode			$I = I_0 \left[\exp\left(\frac{U}{V_0}\right) - 1 \right]$
Interrupteur			$I = 0 \quad \forall U \in]-\infty, \infty[$
Condensateur		Pas de représentation (Peut avoir un sens uniquement pour des signaux sinusoïdaux)	$I = C \frac{dU}{dt}$ C s'exprime en Farad (F)
Bobine		Pas de représentation (Peut avoir un sens uniquement pour des signaux sinusoïdaux)	$U = L \frac{dI}{dt}$ L s'exprime en Henry (H)

Exercice 13.6

Une diode idéalisée avec seuil correspond à la caractéristique suivante :

$$I = 0 \quad \forall U \in]-\infty, V_s] \quad \text{et} \quad U = V_s \quad \forall I \in [0, \infty[.$$

Représenter la caractéristique courant-tension de ce dipôle puis construire le schéma équivalent d'une diode avec seuil en associant des dipôles précédents

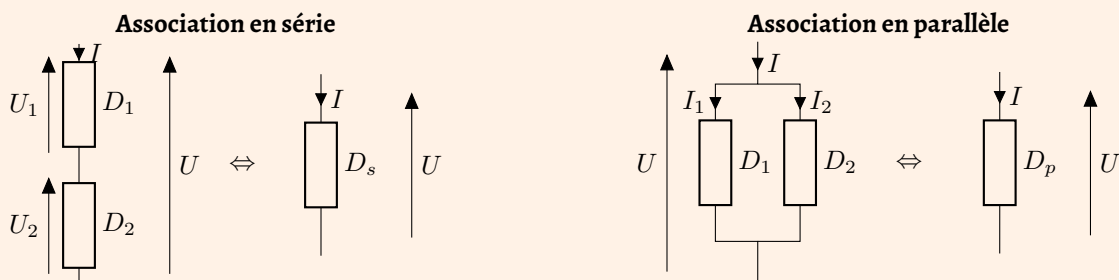
Exercice 13.7

1. Déterminer le dipôle équivalent à deux résistances en série, tracer sa caractéristique et son schéma équivalent.
2. Déterminer le dipôle équivalent à deux résistances en parallèle, tracer sa caractéristique et son schéma équivalent.
3. Faire la même chose pour des bobines et des condensateurs.

Propriété 2 - Association de dipôles identiques en série ou en parallèle

Lorsque des dipôles identiques sont placés en série ou en parallèle, ils forment un dipôle équivalent de même type, répertoriés dans le tableau ci-dessous (se référer à la figure pour les notations).

(D_1, D_2)	(R_1, R_2)	(L_1, L_2)	(C_1, C_2)
$D_s =$	$R_1 + R_2$	$L_1 + L_2$	$\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$
$D_p =$	$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)^{-1}$	$C_1 + C_2$



Ordre de grandeur des composants rencontrés

Résistance	Valeur	Capacité	Valeur	Inductance	Valeur
Fil de cuivre ($L=1\text{m}$ et $\varnothing = 1\text{mm}$)	$0,02\Omega$	Electronique	pF, nF, μF	Electronique	0.1 à 10 mH
Câble coaxial	50Ω	Electrotechnique	μF , mF, F		
Lampe à incandescence	$1\text{k}\Omega$	Câble coaxial	50-100pF		
Bouilloire électrique	$30\text{k}\Omega$				
Corps humain (mouillé/sec)	$1\text{k}\Omega/1\text{M}\Omega$				

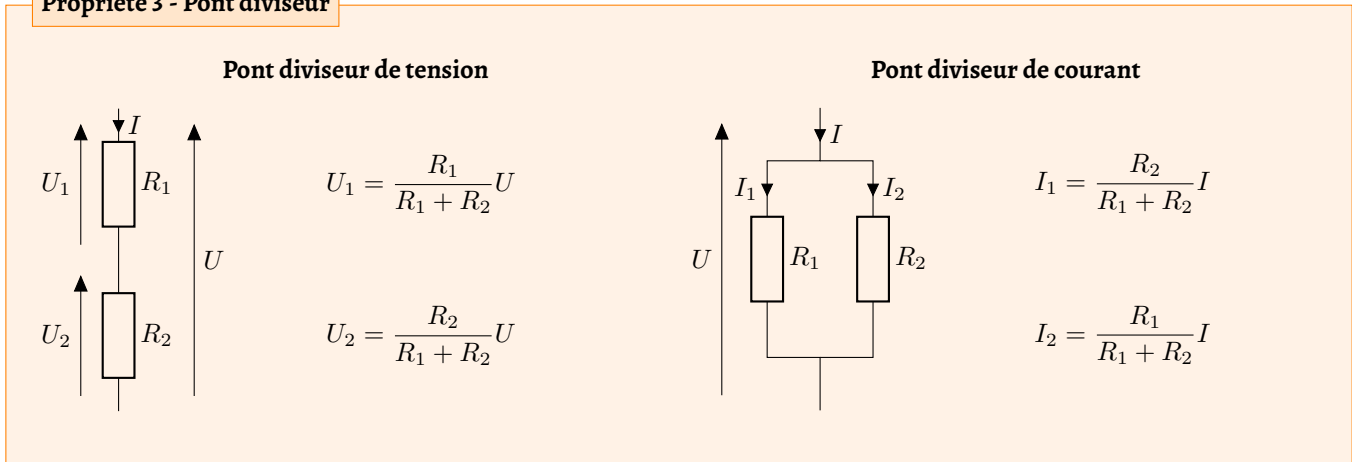
Loi des noeuds en terme de potentiel (LNTP)

Aussi appelé **théorème de Millman**. Soit un nœud M recevant N branches reliées à N résistances de valeur R_k chacune soumise à une différence de potentiel $V_k - V_M$ avec $k \in \{1, 2, \dots, N\}$. Le potentiel en M s'écrit alors :

$$V_N = \frac{\sum_k \frac{V_k}{R_k}}{\sum_k \frac{1}{R_k}}$$

Remarques :

1. On verra que ces lois (pont diviseur et LNTP) peuvent être étendues en introduisant l'impédance et l'admittance des dipôles (lié à un régime sinusoïdal).
2. Attention à ne pas confondre le potentiel et la tension pour la LNTP.

Propriété 3 - Pont diviseur

4 Approche expérimentale pour caractériser les dipôles

4.1 Point de fonctionnement d'un dipôle

Lorsqu'on cherche à caractériser un dipôle, on le branche à un générateur puis on mesure la tension et le courant circulant dans le dipôle. Généralement, le couple (U,I) aux bornes d'un dipôle est unique pour un circuit donné, on parle de point de fonctionnement. Il peut être visualisé à partir des caractéristiques courant-tension des deux composants du circuit, le générateur réel et le dipôle, comme sur la figure ci-contre : le point de fonctionnement P n'est rien d'autre que l'intersection des caractéristiques des deux dipôles.

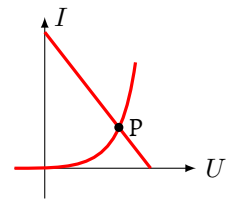


FIG. 13.1 – Point de fonctionnement d'un circuit composé d'un générateur réel branché à un dipôle.

4.2 Mesure de la résistance interne d'un appareil

Les appareils électroniques utilisés en TP peuvent être considérés comme des dipôles ayant une certaine résistance interne. Deux exemples ci-dessous :

- ★ **Générateur de tension réel** : dipôle assimilable à une source de tension idéal associé en série à une résistance de faible valeur (50Ω). Pour déterminer cette résistance, on peut brancher une résistance variable en sortie du générateur et la faire varier : les couples (U,I) mesurés donnent accès à la caractéristique courant-tension du générateur.
- ★ **Oscilloscope** : dipôle assimilable à une résistance de forte valeur ($M\Omega$). On peut brancher un générateur et mesurer le courant et la tension à ses bornes et faire varier la tension du générateur pour avoir accès à la caractéristique courant-tension du générateur.