

Concours blanc - Physique-chimie

Correction

1 Observer Jupiter depuis la Terre

Q1. α sera maximal lorsque la distance Terre-Jupiter est la plus petite, c'est-à-dire lorsque la Terre, Jupiter et le soleil sont alignés, avec la Terre située entre le Soleil et Jupiter.

Ainsi, la distance Terre-Jupiter est alors $D = R_J - R_T = 630 \times 10^6$ km [1].

On a alors, en considérant $\alpha_0/2 \ll 1$ rad :

$$\tan\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) \approx \frac{\alpha_0}{2} = \frac{d_J/2}{D} \quad \text{soit} \quad \boxed{\alpha_0 = \frac{d_J}{R_J - R_T}} \quad [2]$$

A.N $\alpha_0 = \frac{140 \times 10^3}{630 \times 10^6} = \frac{14}{63} \times 10^{-3}$ donc $\boxed{\alpha_0 \approx 2,2 \times 10^{-4} \text{ rad}}$ [1].

Q2. Cette situation, la plus favorable à l'observation, correspond donc à la situation où le Soleil et Jupiter sont en positions opposées par rapport à la Terre, d'où le terme [1].

Q3. La troisième loi de Kepler donne $T^2/R^3 = \text{cte}$ [2]

Q4.

$$\frac{T_J}{T_T} = \sqrt{\frac{R_J^3}{R_T^3}} \quad [2]$$

On a donc $T_J = \sqrt{\frac{R_J^3}{R_T^3}} T_T = \left(\frac{78}{15}\right)^{3/2} \times 365 = 5,2^{3/2} \times 365 \approx 11,5 \times 365 = 3650 + 365 + 182,2 = 4197,5$ jours donc $T_J \approx 4200$ jours [2]

Notons τ la durée entre 2 oppositions de Jupiter. Au cours de cette durée, la Terre aura décrit plus d'une révolution autour du Soleil. En notant θ_J l'angle parcouru par Jupiter pendant cette durée et θ_T celui parcouru par la Terre, on a : $\theta_T = \theta_J + 2\pi$ [1].

Or $\theta_T = \frac{2\pi}{T_T} \tau$ et $\theta_J = \frac{2\pi}{T_J} \tau$ donc

$$\frac{2\pi}{T_T} \tau = \frac{2\pi}{T_J} \tau + 2\pi \quad \text{soit} \quad \boxed{\tau = \frac{T_T T_J}{T_J - T_T}} \quad [2]$$

AN : $\tau = \frac{365 \times 4200}{4200 - 365} = \frac{365 \times 4200}{3835} = 4200 \times 0,095 = 4200 \times (0,1 - 0,005) = 420 - 4200 \times \frac{0,5}{100} = 420 - 42 \times 0,5 = 420 - 21 = 399$ jours [2].

Q5. Un observateur n'accomode pas lorsqu'il regarde à l'infini [1]. Dans ce cas, les rayons doivent ressortir de la lentille L_2 à l'infini. Il faut donc que l'image intermédiaire se forme sur le foyer objet F_2 [1]. Comme nous observons Jupiter (objet à l'infini), l'image intermédiaire se forme sur le foyer image de l'objectif F'_1 [1]. On en déduit donc que $\boxed{F'_1 = F_2}$ [1].

Q6. Ce système optique ne possède pas de foyer [1], c'est un système afocal [1]

Q7. Conditions de Gauss : on ne considère que les rayons paraxiaux, c'est à dire les rayon lumineux proches de l'axe optique [1] et peu inclinés par rapport à celui-ci [1]

Q8. Voir cours [3]

Q9. D'après la construction et en notant $A'B'$ la taille de l'image intermédiaire :

$$\tan(\alpha) = \frac{A'B'}{f'_1} \quad [1] \quad \text{et} \quad \tan(\alpha') = \frac{A'B'}{f'_2} \quad [1]$$

Comme $\alpha \ll 1$ rad et $\alpha' \ll 1$ rad on a $\alpha \approx A'B'/f'_1$ et $\alpha' \approx A'B'/f'_2$. On en déduit :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \approx 10$$

Le pouvoir de résolution de l'oeil est de $1' = 1/60^\circ \approx 3 \times 10^{-4}$ rad et on a $\alpha' = 10 \times \alpha = 10 \times 2,2 \times 10^{-4} \approx 2 \times 10^{-3}$ rad. Comme le pouvoir de résolution de l'oeil est inférieur à α' , on pourra observer correction Jupiter. [1]

2 Microgénérateur piezoélectrique

Q10. Le terme $M \frac{d^2z}{dt^2}$ représente le produit de la masse de la poutre par l'accélération de son centre d'inertie. [1]

Q11. Le terme $-kz$ correspond à une force de rappel [1]. Cela modélise l'élasticité de la poutre (qui est caractérisée par un module d'élasticité) [1]

Le terme $-\alpha \frac{dz}{dt}$ correspond à un frottement fluide [1]. Cela modélise les frottements de la poutre dans l'air au cours de ses vibrations. [1]

Q12. En notation complexe l'équation devient : $M(-\omega^2) \underline{Z}_m e^{i\omega t} + \alpha(i\omega) \underline{Z}_m e^{i\omega t} + k \underline{Z}_m e^{i\omega t} = F_0 e^{i\omega t}$
Alors $\underline{Z}_m = (-M\omega^2 + i\alpha\omega + k) = F_0$ soit :

$$\underline{Z}_m = \frac{F_0}{k - M\omega^2 + i\alpha\omega} \quad [2]$$

Q13. Pour $\omega = \omega_0 = \sqrt{k/M}$, $\underline{Z}_m = \frac{F_0}{k - M\frac{k}{M} + i\alpha\sqrt{\frac{k}{M}}} = -i \frac{F_0}{\alpha} \sqrt{\frac{M}{k}}$ [1].

Alors en notant φ le déphasage de $z(t)$ par rapport à l'excitation F_E , on obtient $\varphi = \arg\left(-i \frac{F_0}{\alpha} \sqrt{\frac{M}{k}}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

Le mouvement du centre d'inertie de la poutre est en **quadrature de phase** par rapport à l'oscillation de la force excitatrice, ces 2 oscillations se faisant à la même fréquence $\frac{\omega_0}{2\pi}$ [1].

L'amplitude des oscillations est $\frac{F_0}{\alpha} \sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{F_0}{\alpha\omega_0}$ [1]

On a alors $z(t) = \frac{F_0}{\alpha} \sqrt{\frac{M}{k}} \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$ soit :

$$z(t) = \frac{F_0}{\alpha\omega_0} \sin(\omega_0 t) \quad [1]$$

Q14. On pose $v_z = \text{Re}(v_m e^{i\omega t})$. On a $v_m = i\omega \underline{Z}_m$ donc $v_m = i\omega_0 \times \left(-i \frac{F_0}{\alpha\omega_0}\right) = \frac{F_0}{\alpha}$ soit :

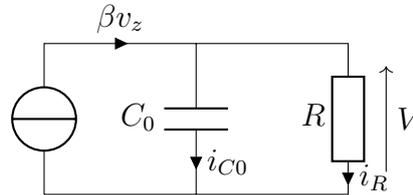
$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{F_0}{\alpha} \cos(\omega_0 t) \quad [1]$$

Q15. La capacité C_0 représente l'aptitude du matériau piézoélectrique à accumuler des charges sur ses faces [1]

Q16. Par analyse dimensionnelle, $[\beta] = \frac{[F_E]}{[V]}$ donc $[\beta v_z] = \frac{[F_E]}{[V]} \times \frac{[L]}{[T]}$ où L est une longueur et T une

durée. Or le produit d'une force par une vitesse, $[F_E] \times \frac{[L]}{[T]}$, est une puissance, qui est homogène au produit d'une tension par une intensité, $[V][I]$, donc $[\beta v_z] = \frac{[V][I]}{[V]} = [I]$: βv_z est homogène à l'intensité d'un courant électrique. [/2]

Q17. On a le circuit suivant :



D'après la loi des nœuds on a : $\beta v_z = i_{C_0} + i_R$ et comme $i_{C_0} = C_0 \frac{dV}{dt}$ et $i_R = \frac{V}{R}$, on obtient

$$\beta v_z = C_0 \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} \quad [/1]$$

En notation complexe cela devient : $\frac{\beta F_0}{\alpha} = iC_0\omega_0 \underline{V}_m + \frac{1}{R} \underline{V}_m$ [/1]

Alors $\underline{V}_m \left(\frac{1}{R} + iC_0\omega_0 \right) = \frac{\beta F_0}{\alpha}$ donc

$$\underline{V}_m = \frac{\beta R F_0}{\alpha (1 + iRC_0\omega_0)} \quad [/1]$$

Q18. La puissance récupérée par la résistance d'utilisation est $p(t) = V \times i_R = \frac{V^2}{R}$ [/1] donc la puissance moyenne P est $P = \frac{\langle V(t)^2 \rangle}{R} = \frac{V_m^2}{2R}$ [/1] car comme $V(t) = V_m \cos(\omega_0 t + \psi)$, $\langle V(t)^2 \rangle = \frac{V_m^2}{2}$.

Or

$$V_m = |\underline{V}_m| = \frac{\beta R F_0}{|\alpha (1 + iRC_0\omega_0)|} = \frac{\beta R F_0}{\alpha \sqrt{1 + R^2 C_0^2 \omega_0^2}} \quad \text{donc} \quad V_m^2 = \frac{\beta^2 R^2 F_0^2}{\alpha^2 (1 + R^2 C_0^2 \omega_0^2)}$$

Alors

$$P = \frac{R \beta^2 F_0^2}{2 \alpha^2 (1 + R^2 C_0^2 \omega_0^2)} \quad [/1]$$

3 Étude des oscillations harmoniques et anharmoniques d'un pendule

3.1 Modélisation

Q19. L'expression de l'énergie cinétique E_c du pendule est $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ et $v = \ell \dot{\theta}$ donc $E_c = \frac{1}{2} m \ell^2 \dot{\theta}^2$ [/1].

Q20. Dans le cas du pendule, la seule force conservative dérivant donc d'une énergie potentielle est le poids. L'énergie potentielle E_p associée à ce pendule se réduit donc à l'énergie potentielle de pesanteur. [/1]

D'après le cours, cette énergie potentielle de pesanteur s'exprime par $E_p = -mgz + \text{cte}$ car l'axe Oz est ici descendant et z représente la position du point G sur cet axe vertical.

Comme $z = \ell \cos(\theta)$, on a $E_p = -mg\ell \cos(\theta) + \text{cte}$ [/1].

Or en prenant $E_p(\theta = 0^\circ) = 0$ on a $-mg\ell + \text{cte} = 0$ donc on en déduit que $\text{cte} = mg\ell$ et alors $E_p = mg\ell(1 - \cos(\theta))$ [/1].

Q21. Le théorème de la puissance mécanique en référentiel galiléen s'écrit $\frac{dE_m}{dt} = P_{nc}$ [/1] où E_m est l'énergie mécanique du système étudié [/1] et P_{nc} est la puissance des forces non conservatives s'exerçant sur le système étudié [/1].

Q22. Comme l'ensemble des frottements sont négligés, la puissance des forces non conservatives s'exerçant sur le pendule est nulle. Le théorème de la puissance mécanique appliqué au pendule s'écrit donc : $\frac{dE_m}{dt} = 0$ [/1].

Or $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2 + mg\ell(1 - \cos(\theta))$ donc

$$\frac{dE_m}{dt} = m\ell^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mg\ell\sin(\theta)\dot{\theta} = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{\ell\ddot{\theta} + g\sin(\theta) = 0} \quad [/1]$$

Par identification avec la forme proposée, on en déduit $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ [/1]

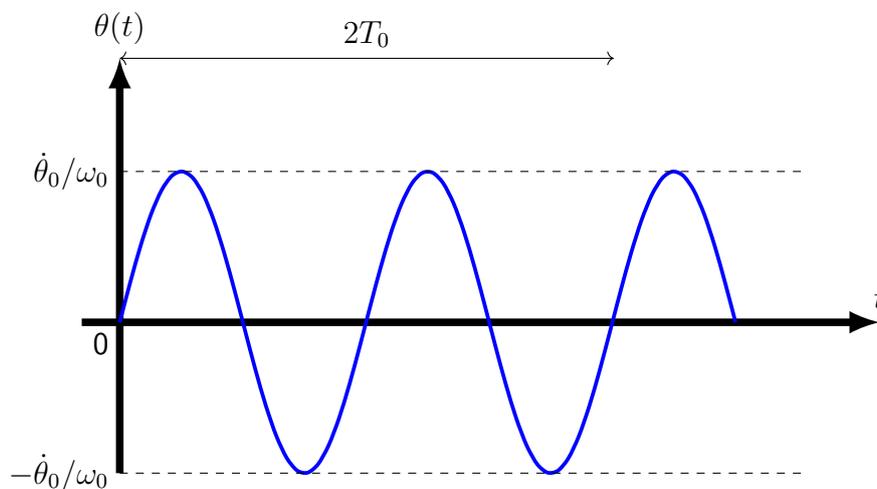
Q23. Dans l'approximation des faibles amplitudes angulaires des oscillations, $\theta \ll 1$ et donc $\sin(\theta) \sim \theta$ [/1].

L'équation différentielle se linéarise donc en $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ qui est l'équation d'un oscillateur harmonique. La solution est donc de la forme $\theta(t) = \lambda \cos(\omega_0 t) + \mu \sin(\omega_0 t)$ [/1] et on a $\dot{\theta} = -\omega_0\lambda \sin(\omega_0 t) + \omega_0\mu \cos(\omega_0 t)$

Or d'après les conditions initiales : $\theta(t=0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 > 0$ donc $\lambda = 0$ [/1] et $\omega_0\mu = \dot{\theta}_0$ [/1] d'où la solution $\theta(t) = \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$.

La période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ [/1] des oscillations harmoniques est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

On a l'allure de $\theta(t)$ suivante [/2] :



3.2 Partie expérimentale

Q24. L'énergie mécanique initiale E_{m_0} de la masse m est $E_{m_0} = E_{c_0} + E_{p_0} = \frac{1}{2}mv_0^2$ car $E_{p_0} = E_p(\theta = 0) = 0$ [/1].

Or comme il n'y a pas de frottement, l'énergie mécanique de la masse m se conserve donc $E_m(t) = E_{m_0}$ [/1]. L'énergie mécanique de la masse est donc $E_m = \frac{1}{2}mv_0^2$.

A.N. : $E_m = \frac{1}{2} \times 0,2 \times (\sqrt{10})^2 = 0,1 \times 10 \text{ J}$ donc $E_m = 1 \text{ J}$ [/1].

Q25. Comme $E_m = E_c + E_p$ et que $E_c \geq 0, E_m \geq E_p$ donc la valeur maximale atteinte par l'énergie potentielle de la masse sera $E_{p_{\max}} = 1 \text{ J}$ [/1].

D'après la représentation graphique de $E_p(\theta)$, on voit que cette valeur $E_{p_{\max}}$ est atteinte pour la position angulaire maximale $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ [/1].

Q26. Pour faire l'acquisition de 600000 échantillons de la tension $u(t)$ pendant 300s, il faut que la durée entre 2 mesures soit $\Delta t_e = \frac{300}{600000}$ s, ce qui correspond à une fréquence d'échantillonnage $f_e = \frac{1}{\Delta t_e} = \frac{600000}{300} = 2\text{kHz}$ [/1].

Q27. On doit disposer d'un analyseur de spectre : par exemple un oscilloscope numérique avec FFT, ou avec un ordinateur et une carte d'acquisition (Latis pro par exemple)

Q28. Il y a isochronisme des oscillations lorsque la fréquence ne dépend pas de l'amplitude [/1] et cela est vrai dans le cadre de l'approximation linéaire, c'est-à-dire pour les faibles amplitudes d'oscillation. Les intervalles $n^{\circ}2$ et $n^{\circ}4$ correspondent à des études pour de petites amplitudes ($u < 0,4$ V et $u(t) = k\theta(t)$) [/1].

Alors entre les mesures de l'intervalle $n^{\circ}2$ et celles de l'intervalle $n^{\circ}4$, l'amplitude a été doublée mais la fréquence est restée inchangée : on observe bien l'isochronisme des oscillations harmoniques du pendule car la fréquence ne dépend ici pas de l'amplitude des oscillations [/1]

Q29. Les effets non linéaires des oscillations du pendule se manifestent par l'apparition d'harmoniques supplémentaires [/1] (dans le cadre des oscillations harmoniques, l'amplitude angulaire est une fonction sinusoïdale pure). Ces effets non linéaires sont donc observables sur les intervalles $n^{\circ}1$ et $n^{\circ}3$. [/1]

Q30. La valeur de la fréquence propre f_0 du pendule est observable pour les mesures aux faibles amplitudes d'oscillation, c'est-à-dire sur les spectres des intervalles $n^{\circ}2$ et $n^{\circ}4$. On a $f_0 = 1$ Hz [/1].

Q31. D'après l'énoncé, lorsque les effets non linéaires sont visibles comme sur le spectre de l'intervalle $n^{\circ}1$, le signal est constitué d'un fondamental à f'_0 et d'une harmonique de rang 3 de fréquence $3f'_0$. La raie 1_b a donc une fréquence de $2,25$ Hz = $3f'_0$ où f'_0 est la fréquence de la raie 1_a qui vaut ici $0,75$ Hz. [/1]

4 Formation de SiC par CVD

Q32.

$$Q_r = \frac{a^3(\text{HCl})a(\text{SiC})}{a(\text{CH}_3\text{SiCl}_3) = \frac{p^3(\text{HCl})}{p(\text{CH}_3\text{SiCl}_3)(P^0)^2}} \quad [/2]$$

Q33. [/3]

	CH_3SiCl_3	=	SiC	+	3HCl	$n_{\text{tot,gaz}}$
EI	n		0		0	n
t	$n - \xi$		ξ		3ξ	$n + \xi$
EF	$n - \xi_f$		ξ_f		$3\xi_f$	$n + \xi_f$
t	$n(1 - \alpha)$		$n\alpha$		$3n\alpha$	$n(1 + 2\alpha)$

Q34. D'après la définition de α :

$$\alpha = \frac{\xi}{n} \quad \text{donc} \quad \boxed{\xi = n\alpha} \quad [/2]$$

Voir tableau ci-dessus.

Q35. A l'équilibre :

$$K = \frac{p^3(\text{HCl})_{\text{eq}}}{p(\text{CH}_3\text{SiCl}_3)_{\text{eq}}(P^0)^2} = \frac{27\alpha_{\text{eq}}^3}{(1 + 2\alpha_{\text{eq}})^2(1 - \alpha_{\text{eq}})} \quad [/2]$$

La résolution donne $\alpha = 0,80$ (non faisable ici car pas de calculatrice...) [/2].

Q36. Une augmentation isotherme de la pression augmente la valeur de Q et aura tendance à déplacer l'équilibre dans le sens de fabrication des réactifs, et donc aura tendance à faire diminuer la valeur de α_{eq} [1].

Q37. Le temps de demi-réaction correspond au temps où le nombre de moles est divisé par 2 par rapport au nombre de moles initiales [1]. Pour chaque valeur de n on trouve $t_{1/2} = 21 \text{ min}$ [1].

On en déduit que la réaction est d'ordre 1 [1].

Q38. La vitesse de disparition de MTS s'écrit : $v = -\frac{d[\text{MTS}]}{dt}$ et la vitesse de réaction s'écrit $v_r = k[\text{MTS}]$. On a $v_r = v$, ainsi :

$$\frac{d[\text{MTS}]}{dt} + k[\text{MTS}] = 0 \quad [2]$$

Q39. La résolution donne :

$$[\text{MTS}](t) = [\text{MTS}]_0 e^{-kt} \quad [2]$$

Q40. Le temps $t_{3/4}$ est atteint lorsque $[\text{MTS}](t_{3/4}) = [\text{MTS}]_0/4$. Ainsi on en déduit :

$$t_{3/4} = \frac{\ln 4}{k} = \frac{2 \ln 2}{k} \quad [2]$$

Q41. On a $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$ ainsi :

$$\frac{t_{3/4}}{t_{1/2}} = 2 \quad [2]$$

Ceci est vérifié sur les courbes où on trouve que $t_{3/4}$ est environ 40-42 minutes, soit le double de $t_{1/2}$.

Q42. Notons $k(T_2)$ le facteur de fréquence à T_2 et $k(T_3)$ le facteur de fréquence à T_3 . D'après l'énoncé $k_2/k_3 = 1/20$. [1]

D'après la loi d'Arrhenius :

$$\frac{k_2}{k_3} = \exp\left(-\frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3}\right)\right),$$

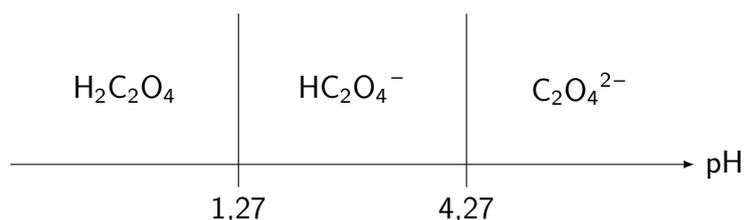
En isolant l'énergie d'activation :

$$E_a = \frac{RT_2 T_3}{T_3 - T_2} \ln\left(\frac{k_3}{k_2}\right) \quad [2]$$

On trouve $E_a \simeq 400 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ [1].

5 Dosage de l'acide oxalique dans la rhubarbe

Q43.



[2]

Q44. Le pH de l'urine est supérieur au pKa du couple acido-basique $\text{HC}_2\text{O}_4^-/\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$, la forme prédominante est alors la base du couple soit l'ion oxalate $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$. [1]

Q45. Réaction 1 : $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 + \text{HO}^- \longrightarrow \text{HC}_2\text{O}_4^- + \text{H}_2\text{O}$. Réaction 2 : $\text{HC}_2\text{O}_4^- + \text{HO}^- \longrightarrow \text{C}_2\text{O}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O}$.

Q46. Les réactions 1 et 2 se font simultanément, les pKa des deux couples sont trop proches pour que l'équivalence de chaque réaction soit distinguable. [1]

Q47. Inverse de la constante de dissolution de CaC_2O_4 qui n'est pas donnée dans l'énoncé... On pouvait au moins dire que la constante doit être grande pour considérer la réaction totale et pouvoir effectuer le titrage conductimétrique. [+1]

Q48. Par lecture graphique $V_{eq} = 10,7 \text{ mL}$ à l'équivalence (au niveau de la rupture de pente) [1].

L'équivalence est caractérisé par une égalité entre la quantité de matière de chlorure de calcium versé, soit $C_B V_{eq}$, et la quantité d'ions oxalates présent initialement $[\text{C}_2\text{O}_4^{2-}] V_1$. On a donc $[\text{C}_2\text{O}_4^{2-}] = C_B V_{eq} / V_1$ [1]. A.N. $[\text{C}_2\text{O}_4^{2-}] \simeq 5,4 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$ [1]

Interprétation de la courbe [2]

- Avant l'équivalence, la quantité d'ions oxalate diminue contrairement à la quantité d'ions chlorure qui augmente (le calcium est entièrement consommé). La pente de la courbe de conductivité est proportionnelle à $2\lambda_{\text{Cl}^-} - \lambda_{\text{C}_2\text{O}_4^{2-}}$ qui donne une valeur positive.
- Après l'équivalence, la quantité d'ions calcium et chlorure augmente (les ions oxalate ont été entièrement consommés). La pente de la courbe de conductivité est proportionnelle à $2\lambda_{\text{Cl}^-} + 2\lambda_{\text{Ca}^{2+}}$ qui est positive mais plus élevée que la valeur de pente avant équivalence car il n'y a pas d'ions consommés.

Q49. A.N. $\underbrace{5,4 \times 10^{-2} \text{ mol/L}}_{[\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4]} \times \underbrace{1 \text{ L}}_{V_0} \times \underbrace{90 \text{ g/mol}}_{M(\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4)} = 4,9 \text{ g}$ pour 280 g de matière sèche, soit environ 1800 mg

pour 100 g, résultat bien cohérent avec les données de l'énoncé (entre 500 mg et 2400 mg pour 100 g). [2]