

Concours blanc - Physique-chimie

4h

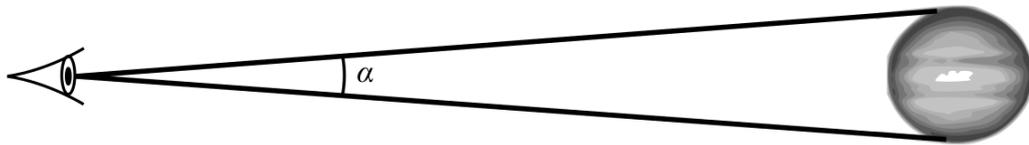
Les calculatrices sont interdites

Le sujet est composé de 3 parties indépendantes

Des aides au calcul sont données à la fin du sujet en page 10.

1 Observer Jupiter depuis la Terre

C'est en janvier 1610, à l'aide d'une très modeste lunette astronomique, que Galilée se rendit compte de la présence de quatre points lumineux à proximité de la planète géante. En notant soigneusement leurs positions, plusieurs soirs de suite, il s'aperçut que ces quatre points étaient mobiles et comprit qu'ils tournaient autour de la planète. Galilée venait de découvrir les quatre satellites principaux de Jupiter. Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles ayant pour centre le Soleil, contenus dans un même plan, de rayons respectifs $R_T = 150 \times 10^6$ km et $R_J = 780 \times 10^6$ km et décrits dans le même sens. Jupiter est modélisée par une sphère de diamètre $d_J = 140\,000$ km.



- Q1.** Calculer l'angle maximal α_{\max} (en radians) sous lequel Jupiter est vue depuis la Terre.
- Q2.** Cette situation est la plus favorable à l'observation et porte le nom d'opposition de Jupiter. Proposer une explication pour ce nom.
- Q3.** Énoncer la 3ème loi de Kepler reliant les périodes de révolution T_T et T_J et les rayons des orbites circulaires R_T et R_J .
- Q4.** On donne $T_T = 365$ jours. Montrer que $T_J \approx 4200$ jours et calculer le temps qui s'écoule entre deux oppositions de Jupiter.

Une lunette astronomique est un système optique centré constitué d'un objectif et d'un oculaire. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de centre optique O_1 , de distance focale $f'_1 = 100$ cm et de diamètre D_1 . L'oculaire est une lentille mince convergente de centre optique O_2 , de distance focale $f'_2 = 10$ cm et de diamètre D_2 .



FIGURE 1 – Lunette astronomique

L'objectif donne d'un objet éloigné une image réelle appelée image objective. Cette dernière est observée au moyen de l'oculaire.

Q5. À quelle condition l'œil d'un observateur, supposé sans défaut, n'accomode-t-il pas (ne se fatigue pas)? En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire dans ce cas de figure en justifiant correctement votre réponse?

Q6. Ce système optique possède-t-il des foyers? Comment se nomme un tel système optique?

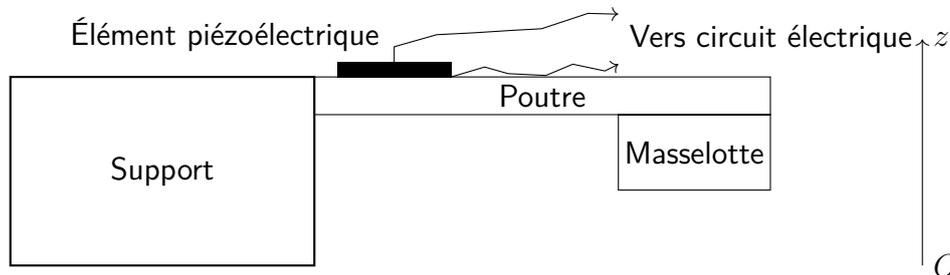
Q7. Rappeler les conditions de Gauss.

Q8. Reproduire la figure 3, sans respecter les échelles, et compléter la marche du rayon incident d'angle α avec l'axe optique en faisant clairement apparaître les traits de construction. Indiquer l'angle α' sous lequel est vue la planète à travers l'instrument sous ces mêmes conditions.

Q9. Déterminer le grossissement de la lunette $G = \alpha/\alpha'$ en fonction de f'_1 et f'_2 et calculer celui-ci. Jupiter pourra-t-elle être discernée correctement avec une telle lunette? Le pouvoir de résolution de l'oeil est d'environ 1 minute d'arc.

2 Microgénérateur piézoélectrique

Un élément piézoélectrique est collé à une poutre, qui se met en mouvement sous l'effet de vibrations extérieures. L'élément piézoélectrique transforme l'énergie récupérée en énergie électrique, ce qui constitue une source autonome de puissance.



On appelle \vec{F}_E la force excitatrice ambiante, supposée sinusoïdale : $\vec{F}_E = F_E \vec{u}_z = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$. On travaille dans un référentiel terrestre. On se place en régime sinusoïdal forcé.

Le déplacement vertical du centre d'inertie de la poutre peut être modélisé par l'équation mécanique

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \alpha \frac{dz}{dt} + kz = F_E.$$

Q10. Que représente le terme $M \frac{d^2 z}{dt^2}$?

Q11. Indiquer à quel type de forces correspondent $-kz$ et $-\alpha \frac{dz}{dt}$. Expliquer qualitativement quelles caractéristiques de la poutre sont modélisées par ces forces.

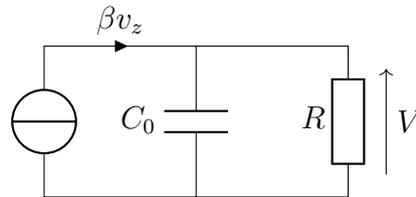
Q12. On pose $z(t) = \text{Re}(\underline{Z}_m e^{i\omega t})$. Exprimer \underline{Z}_m , amplitude complexe de la vibration mécanique suivant l'axe vertical (Oz).

Dans toute la suite de cette on se place à la pulsation $\omega_0 = \sqrt{k/M}$.

Q13. Décrire, à cette pulsation, le mouvement du centre d'inertie de la poutre.

Q14. Déduire de ce qui précède l'expression de la vitesse de déplacement vertical v_z du centre d'inertie de la poutre en fonction de F_0 , α , ω_0 et du temps.

La partie électrique du dispositif peut être modélisée de la façon suivante : une source de courant d'intensité βv_z est disposée en parallèle avec un condensateur de capacité C_0 et une résistance d'utilisation R . Soit V la tension aux bornes de R . On veut montrer que la puissance moyenne récupérée par le dipôle d'utilisation est proportionnelle au carré de F_0 .



Q15. Que représente la capacité C_0 ?

Q16. β est appelé facteur de force : c'est le rapport entre la force appliquée à la lame piézoélectrique et la tension aux bornes de celle-ci. Montrer que βv_z est homogène à l'intensité d'un courant électrique.

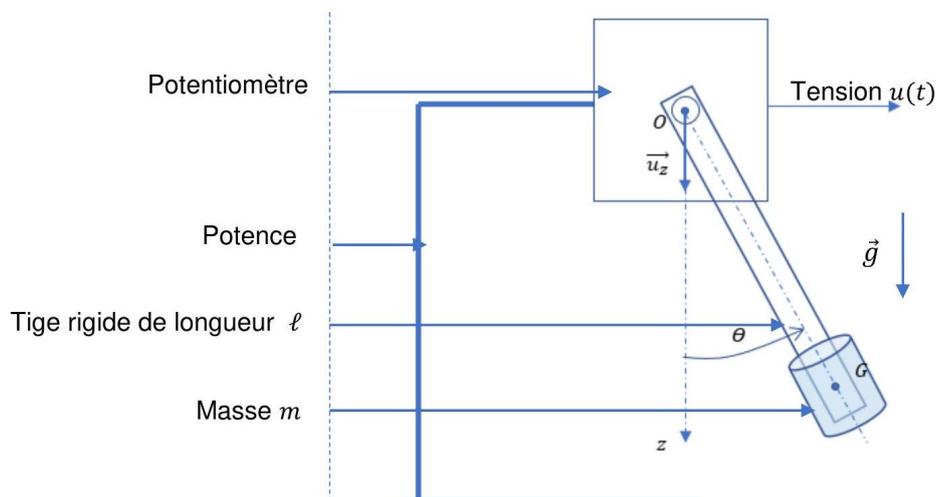
Q17. Exprimer \underline{V}_m , amplitude complexe de la tension aux bornes de la résistance d'utilisation en fonction de α , β , F_0 , R , C_0 et ω_0 .

Q18. En déduire l'expression de la puissance moyenne récupérée P par la résistance d'utilisation.

3 Étude des oscillations harmoniques et anharmoniques d'un pendule

3.1 Modélisation

On considère le dispositif dessiné ci-dessous permettant d'observer le mouvement d'un pendule pesant constitué d'une tige rigide de longueur ℓ et d'une masse m fixée à son extrémité. A l'image du balancier d'une horloge ou d'une balançoire, la masse m va osciller autour du point O . La position angulaire $\theta(t)$ de la tige est repérée par rapport à l'axe vertical descendant Oz . Un potentiomètre alimenté, fixé sur une potence et solidaire de la tige en rotation, permet d'apprécier la position angulaire $\theta(t)$ de la tige en délivrant une tension $u(t) = k\theta(t)$ avec k constante.



Dans toute la suite la suite, nous allons travailler avec les hypothèses suivantes :

- Le mouvement du pendule est étudié dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.
- Les frottements de type fluide seront négligés.
- On néglige également les effets dissipatifs des actions de contact entre le potentiomètre et la tige.
- On note \vec{g} le champ de pesanteur terrestre tel que $\vec{g} = g\vec{u}_z$ et on néglige la poussée d'Archimède de l'air environnant.
- On néglige la masse de la tige par rapport à la masse m dont le centre de masse G est tel que $OG \approx \ell$.

Ce système oscillant est alors modélisé par un pendule simple dont l'étude se limite à celle de la masse m animée d'une vitesse algébrique v donnée par $v = \ell \frac{d\theta}{dt} = \ell \dot{\theta}$.

Q19. Etablir l'expression de l'énergie cinétique E_c de ce pendule en fonction de m , ℓ et $\dot{\theta}$.

Q20. Etablir l'expression de l'énergie potentielle E_p associée à ce pendule en fonction de m , g , ℓ et θ en prenant $E_p(\theta = 0^\circ) = 0$.

Q21. Enoncer le théorème de la puissance mécanique. On nommera les termes intervenant dans ce théorème.

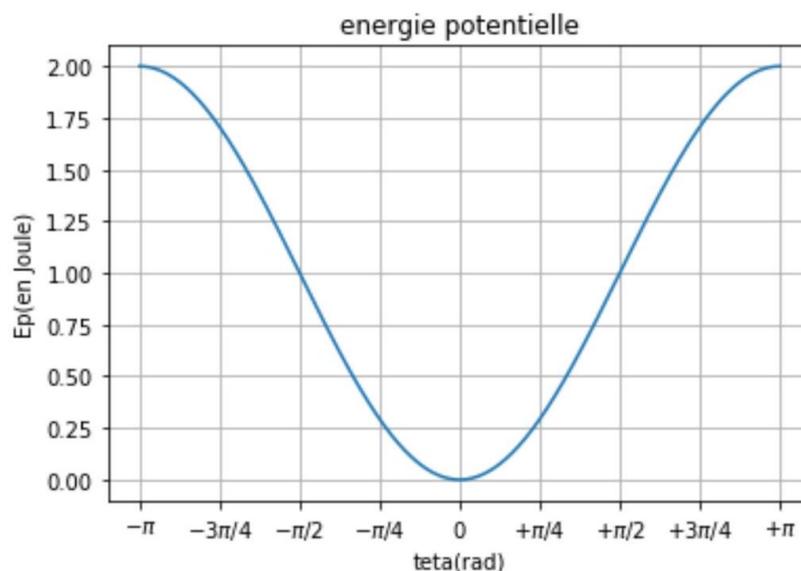
Q22. Montrer alors que l'angle $\theta(t)$ vérifie l'équation différentielle non linéaire $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$. On donnera l'expression de la pulsation propre ω_0 en fonction de g et ℓ .

Q23. Pour cette question uniquement, on se place dans l'approximation harmonique qui impose une faible amplitude angulaire des oscillations (amplitude inférieure à 30°). Dans ces conditions, on accepte le développement limité à l'ordre 1 suivant : $\sin \theta \approx \theta$.

- Établir l'expression de $\theta(t)$ en prenant comme conditions initiales : $\theta(t = 0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 > 0$.
- Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations harmoniques.
- Représenter l'allure de $\theta(t)$ sur quelques périodes propres T_0 .

3.2 Partie expérimentale

On donne ci-dessous la représentation graphique de $E_p(\theta)$ du pendule étudié avec $m = 0,2 \text{ kg}$.



A $t = 0$, on lance la masse m avec une vitesse initiale $v(0) = v_0 = \sqrt{10} \text{ m.s}^{-1}$ à la position angulaire $\theta(t = 0) = 0^\circ$.

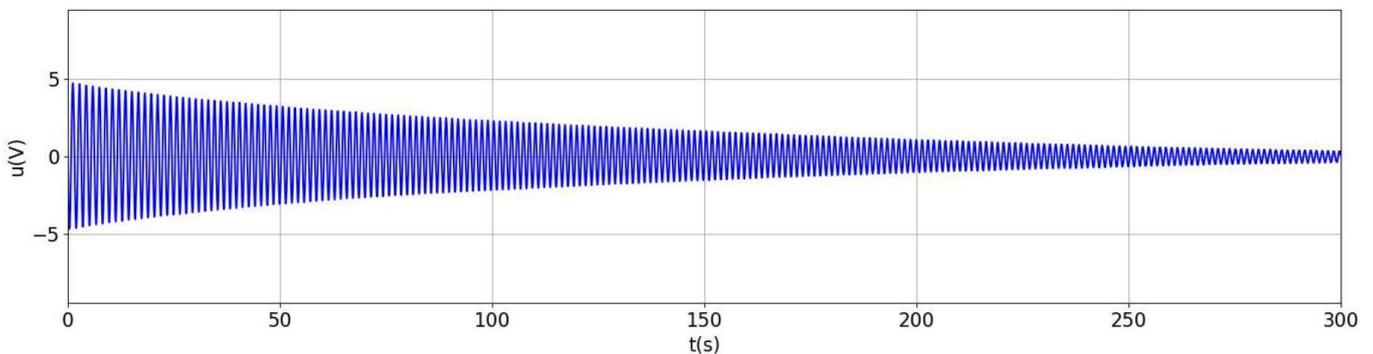
Q24. Quelle est la valeur de l'énergie mécanique E_m de la masse m ? Justifier.

Q25. Quelle sera la position angulaire maximale θ_0 atteinte par cette masse m ? Justifier.

Une fois lancé, le pendule oscille avec une amplitude ne respectant pas toujours l'approximation harmonique. L'équation différentielle vérifiée par l'angle $\theta(t)$ est alors non linéaire et le pendule n'oscille plus de manière isochrone : sa fréquence d'oscillation dépend de son amplitude maximale d'oscillation θ_0 . En dehors de l'approximation harmonique, on démontre que :

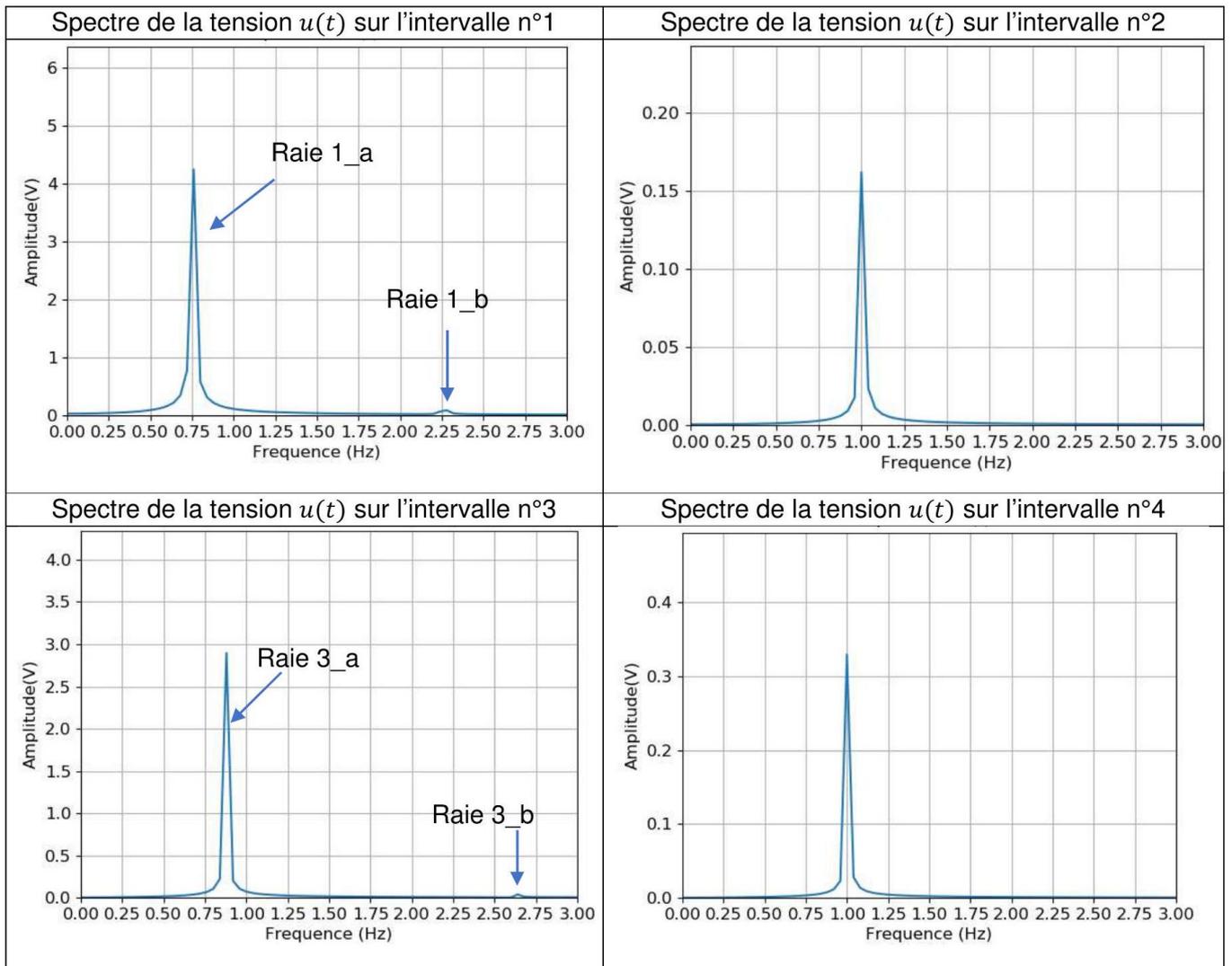
$$\theta(t) \approx \theta_0 \left(\sin(\omega'_0 t) + \frac{\theta_0^2}{192} \sin(3\omega'_0 t) \right) \text{ avec } T'_0 = \frac{2\pi}{\omega'_0} \approx T_0 \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16} \right)$$

On donne ci-dessous le relevé expérimental de la tension $u(t)$.



Q26. Quelle doit être la fréquence f_e d'échantillonnage permettant une acquisition de 600000 échantillons de la tension $u(t)$ pendant 300 s?

L'étude des oscillations pendant 300 s met logiquement en évidence l'influence des frottements. Cependant, en étudiant les oscillations sur des intervalles de temps plus courts de 25 s, on peut, en première approximation, encore négliger l'effet des frottements. On donne ci-dessous les spectres obtenus pour quatre intervalles distincts de 25 s chacun, appelés intervalles $n^\circ 1$, $n^\circ 2$, $n^\circ 3$ et $n^\circ 4$:



Q27. Quel instrument de mesure peut-on utiliser afin d'obtenir le spectre de la tension $u(t)$?

Q28. Sur quel(s) intervalle(s) l'isochronisme des oscillations harmoniques du pendule est-il observable ? Justifier.

Q29. Sur quel(s) intervalle(s) les effets non linéaires des oscillations du pendule sont-ils observables ? Justifier en repérant ces effets non linéaires.

Q30. Donner la valeur de la fréquence propre f_0 du pendule.

Q31. Justifier la valeur de la fréquence associée à la raie 1_b.

4 Formation de SiC par CVD

Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est un procédé utilisé pour produire des matériaux solides de grande pureté et sous forme de couches minces. Dans ce procédé, un solide inerte servant de support est exposé à un ou plusieurs composés chimiques en phase gazeuse qui se décomposent à sa surface pour former le matériau désiré. Généralement, plusieurs réactions se produisent conjointement, les produits des réactions indésirables étant évacués par un flux gazeux traversant en continu la chambre réactionnelle. De nombreux composés chimiques sont utilisés pour produire des films minces de SiC. Parmi ceux-ci, le méthyltrichlorosilane MTS (CH_3SiCl_3) est très souvent choisi. La réaction se déroule sur un solide en

graphite, à une température de l'ordre de $1000\text{ }^\circ\text{C}$ et sous pression réduite. Elle se déroule dans un courant de dihydrogène et, d'un point de vue microscopique, en deux étapes :

- une décomposition du MTS en présence de dihydrogène pour former des produits intermédiaires gazeux ;
- puis une réaction entre ceux-ci pour former le carbure de silicium solide.

L'équation-bilan globale de réaction s'écrit



On se place à une température T_1 pour laquelle la constante d'équilibre de cette réaction vaut $K = 10$. On considère une enceinte vide, thermostatée à la température T_1 , dans laquelle on introduit une quantité $n = 1,0$ mol de MTS. La pression dans l'enceinte est fixée à $p = P^\circ = 1\text{bar}$.

Q32. Exprimer le quotient réactionnel Q_r de la réaction en fonction des pressions partielles des espèces gazeuses présentes dans le milieu réactionnel et de la pression standard P° .

Q33. Établir le tableau d'avancement de la réaction.

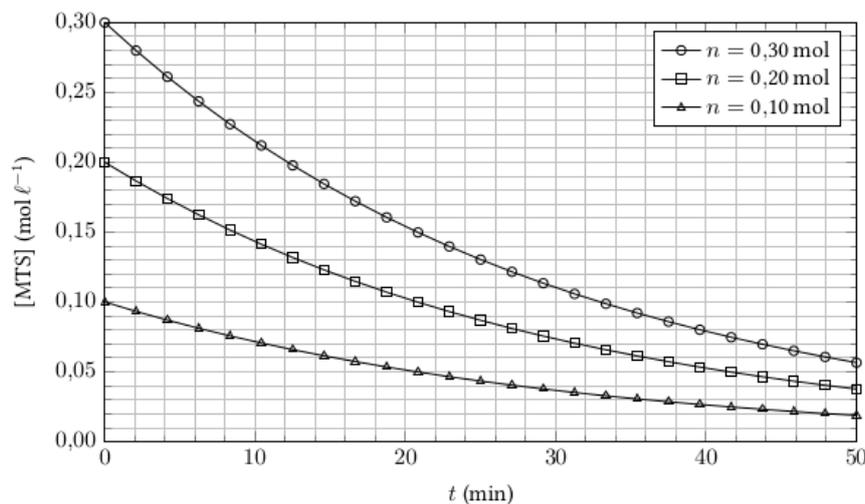
On définit le taux de décomposition α du MTS par le quotient de la quantité de MTS ayant réagi sur la quantité initiale de MTS introduite.

Q34. Réécrire le tableau en fonction de n et de α .

Q35. Calculer la valeur de $\alpha_{\text{éq}}$ à l'équilibre.

Q36. Quel est l'effet d'une variation isotherme de pression sur la valeur de $\alpha_{\text{éq}}$?

On considère maintenant une enceinte vide, de volume constant, thermostatée à la température $T_2 = 1200\text{ K}$, dans laquelle, à la date $t = 0$, on introduit une quantité n de MTS. Pour cette température, la réaction de formation de carbure de silicium peut être considérée comme totale. La figure représente l'évolution de la concentration de MTS dans l'enceinte, pour différentes quantités n introduites, au cours du temps.



Q37. Déterminer le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ pour chacune de ces trois expériences. Que peut-on en déduire concernant l'ordre par rapport au MTS ?

Q38. On notera k la constante de vitesse de la réaction. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la concentration en MTS ?

Q39. Exprimer la concentration en MTS dans l'enceinte au cours du temps, en fonction de la concentration initiale $[\text{MTS}]_0$, du temps et de la constante de vitesse k .

Q40. Exprimer le temps de trois-quarts de réaction $t_{3/4}$ en fonction de k .

Q41. Que vaut le rapport $\frac{t_{3/4}}{t_{1/2}}$? Ceci est-il vérifié dans le cas présent ?

Q42. Une augmentation de la température de 100 K pour atteindre $T_3 = 1300$ K entraîne une diminution du temps de demi-réaction d'un facteur 20. La constante de vitesse est fonction de la température T selon la loi d'ARRHENIUS

$$k(T) = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$

où A (de même dimension que k) et E_a (appelé énergie d'activation et exprimée en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$) sont des constantes.

En déduire la valeur de l'énergie d'activation de la réaction.

5 Dosage de l'acide oxalique dans la rhubarbe

Les feuilles de la rhubarbe présentent des risques pour la santé en raison de leur fort taux d'acide oxalique. L'acide oxalique $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ est un diacide de $\text{p}K_a$ 1,27 et 4,27. Sa forme la plus basique $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$ est appelée oxalate. Une importante ingestion d'acide oxalique conduit à la formation de calculs rénaux dans les voies urinaires, sous la forme de cristaux d'oxalate de calcium $\text{CaC}_2\text{O}_4(s)$, qui provoquent l'obstruction de ces voies si ces derniers sont de trop grande taille.

Q43. Tracer le diagramme de prédominance de l'acide oxalique.

Q44. Le pH de l'urine est compris entre 4,5 et 7,5. Sous quelle forme rencontre-t-on majoritairement l'acide oxalique dans l'urine ?

On cherche à connaître la quantité d'acide oxalique $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ présente dans la rhubarbe. Pour cela, on récupère de la rhubarbe (feuilles et tiges) qu'on dessèche afin d'enlever l'eau qu'elle contient. On récupère une masse $m_0 = 280$ g de cette matière sèche qu'on soumet à une série de traitements (broyage, acidification, filtrage...) afin d'obtenir un volume $V_{\text{filtrat}} = 1,0$ L d'une solution S_0 d'acide chlorhydrique contenant l'acide oxalique initialement présent dans la rhubarbe (on négligera toutes les autres espèces en solution encore présentes à l'issue de ce traitement). On envisage un titrage de la solution S_0 par de la soude à $C_{\text{HO}^-} = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Pour cela, on prélève un volume $V_0 = 10$ mL de la solution S_0 .

Q45. Écrire les réactions de titrage se produisant lors de l'ajout de soude.

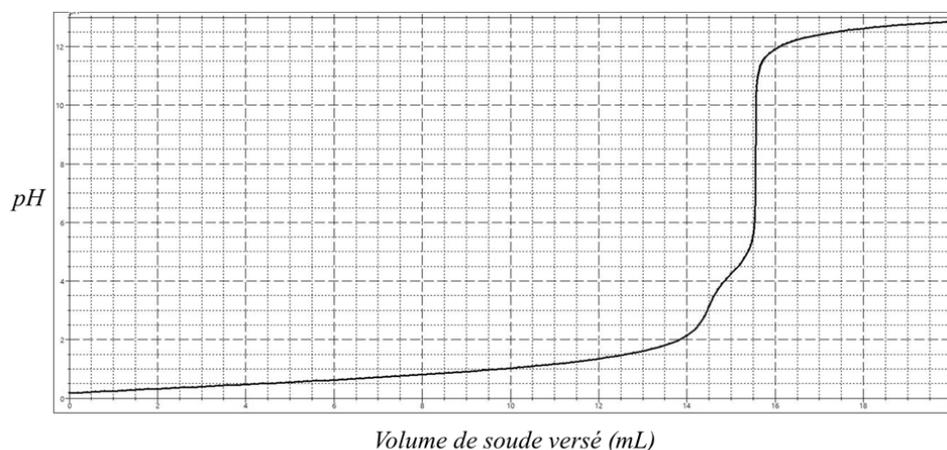
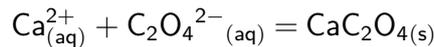


FIGURE 2 – Titrage de $V_0 = 10$ mL de solution S_0 par la soude à $5,0 \cdot 10^{-1} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Q46. On a effectué un suivi pH-métrique de ce titrage (figure ??). Les réactions de titrage sont-elles simultanées ou successives? Expliquer pourquoi ce protocole de titrage n'est pas adapté pour avoir une connaissance précise de la quantité d'acide oxalique présent dans S_0 .

On ajoute quelques gouttes de soude concentrée (volume négligeable) dans la solution S_0 de manière à ajuster le pH aux alentours de 7. On obtient ainsi la solution S_1 , dans laquelle l'acide oxalique a été intégralement converti en ions oxalate $C_2O_4^{2-}{}_{(aq)}$. On effectue le titrage de $V_1 = 10$ mL de la solution S_1 par une solution de chlorure de calcium $Ca^{2+}_{(aq)} + 2Cl^{-}_{(aq)}$ de concentration $C_B = 5,0 \cdot 10^{-2}$ mol. L $^{-1}$. L'équation de la réaction de titrage est :



Q47. Déterminer la constante d'équilibre de ce titrage.

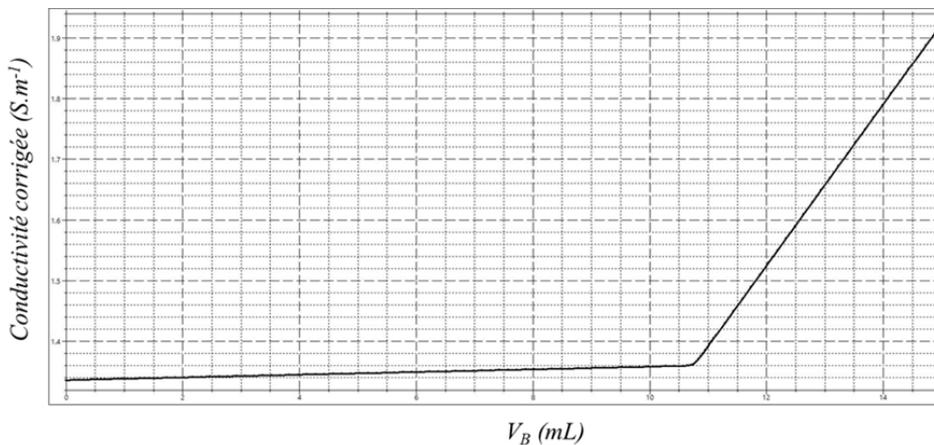


FIGURE 3 – Courbe de titrage conductimétrique de $V_1 = 10$ mL de solution S_1 par le chlorure de calcium à $5,0 \cdot 10^{-2}$ mol. L $^{-1}$.

On effectue un suivi conductimétrique de ce titrage. Pour cela, on relève la conductivité σ de la solution en fonction du volume V_B de solution de chlorure de calcium versé, puis on trace la conductivité corrigée de l'effet de la dilution $\sigma' = \sigma \frac{V_1 + V_B}{V_1}$ en fonction de V_B . La courbe de titrage est représentée figure ??.

Q48. Déterminer le volume équivalent du titrage. En déduire la concentration d'oxalate dans la solution. Interpréter qualitativement la forme de la courbe de titrage.

Ion	Ca^{2+}	Cl^{-}	$C_2O_4^{2-}$
λ_i^0 (mS.m 2 .mol $^{-1}$)	11,9	7,6	14,8

Q49. Calculer la masse, en mg, d'acide oxalique présent dans la rhubarbe pour 100 g de matière sèche sachant que $M(H_2C_2O_4) = 90$ g . mol $^{-1}$. Cette masse est normalement comprise entre 500 et 2400 mg / 100 g. Le résultat obtenu est-il cohérent ?

Aides au calcul

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$

$$\frac{14}{90} \approx 0,16$$

$$\frac{14}{63} \approx 0,22$$

$$\frac{78}{15} \approx 5,2$$

$$5,2^{3/2} \approx 11,5$$

$$\frac{365}{3835} \approx 0,095$$

$$\ln(20) \approx 3$$

$$\frac{\pi}{1296} \approx 2,4 \times 10^{-3}$$