Chapitre

1 Développer son sens physique

1 Introduction

Pour résoudre des problèmes de physique ou de chimie, vous allez devoir acquérir plusieurs mécanismes de réflexion. Dans ce chapitre nous allons voir des techniques simples **que vous devez utiliser pour chaque exercice**. Ces techniques correspondent à la boîte à outil multifonction du physicien : elles sont très pratiques pour se faire rapidement une idée du résultat ou pour vérifier le résultat obtenu par d'autres méthodes. Voici celles que nous allons aborder :

☆ **Analyse dimensionnelle :** Le but est d'utiliser la dimension des grandeurs physiques qui interviennent dans un problème pour nous aider à le résoudre.

Exercice 1.1

Prenons le cas d'un pendule simple de masse m, de longueur l, soumis à l'accélération de pesanteur g.

Questions :

1. Quelles sont les grandeurs physiques du problème ?
2. Quelles sont les dimensions associées à ces grandeurs ?
3. Peut-on dégager une grandeur homogène à un temps ?
4. A quelle caractéristique du système peut-on la relier ? Commenter.

Réponses :

1. *Tout simplement m, l et g.*
2. *m s'exprime en kilogrammes (kg), l s'exprime en mètres (m) et g en $m.s^{-2}$.*
3. *En utilisant l et g on peut construire la quantité $T = \sqrt{l/g}$ qui est homogène à un temps, c'est-à-dire que T a la dimension d'un temps, et s'exprime donc en secondes (s).*
4. *On peut la relier au temps caractéristique d'évolution du système, à savoir la période d'oscillation du pendule. Premier constat : sans résoudre aucune équation du mouvement il est possible de dégager une quantité propre au mouvement ! Deuxième constat : on voit que la masse n'apparait pas dans T, l'équation du mouvement en est donc certainement dépourvue.*

En conclusion, une simple analyse dimensionnelle nous informe sur un résultat (obtention d'un temps qui est, à un facteur 2π près, la période d'oscillation du pendule) et sur une étape de calcul (élimination de la masse m des équations du mouvement). Nous reviendrons sur les équations du mouvement dans le Chapitre dédié à l'oscillateur harmonique.

☆ **Ordre de grandeur :** Le but est de faire une approximation d'un résultat numérique obtenu à la suite d'un exercice et d'utiliser ses connaissances pour vérifier la validité du résultat.

Exercice 1.2

Reprenons le cas d'un pendule simple précédent. Un étudiant réalise l'expérience de la mesure de la période d'oscillation et note sur sa copie $T = 46{,}7\ s$

Questions :

1. A quoi correspond l'ordre de grandeur de la période des oscillations ?
2. En reprenant l'expression de la période d'oscillation, quel doit être l'ordre de grandeur de la longueur du pendule ? Conclure.

Réponses :

1. *L'ordre de grandeur de T est la puissance de 10 la plus proche soit $T \simeq 10^1\ s$.*
2. *$T = \sqrt{l/g}$, donc la longueur du pendule s'exprime $l = gT^2$. On utilise nos connaissances, à savoir $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$, donc en ordre de grandeur $g \simeq 10^1\ m.s^{-2}$. On obtient rapidement l'ordre de grandeur de la longueur du pendule $l \simeq 10^3\ m$ soit $1\ km$! Je doute fort que l'élève puisse trouver un pendule de cette taille…*

En conclusion, un rapide ordre de grandeur peut permettre d'invalider un résultat : si nous arrivons à une situation physiquement absurde, c'est que les éléments fournis au départs sont faux (démonstration par l'absurde en maths ⚙). La situation la plus probable est une erreur d'unité faite par l'étudiant.

☆ **Modélisation :** Le but est de remplacer un système physique réel par un système fictif plus simple (le modèle), qui suffit à décrire le comportement physique observé. C'est l'outil le plus important du physicien et nous l'utiliserons tout au long de l'année. Nous verrons par la suite des exemples variés comme la modélisation d'un amortisseur de voiture ou celle d'une casserole sur une plaque à induction.

Plusieurs concepts ont été abordés lors de ces exercices et nous allons maintenant les mettre en ordre et les généraliser, pour pouvoir les réutiliser et les maîtriser.

2 Analyse dimensionnelle

2.1 Dimension et unité

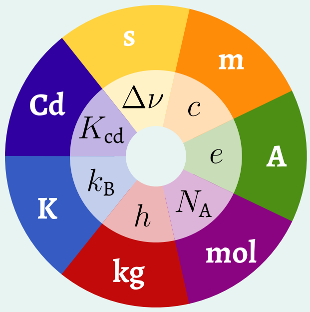
Définition 1 - Dimension (nom)

On appelle dimension d'une quantité physique la relation qu'il y a entre cette quantité et les grandeurs fondamentales.

Convention 1

Voici les 7 grandeurs physiques fondamentales choisies par convention. Les unités de ces grandeurs sont elles aussi fixées par convention. Le système d'unité le plus utilisé est celui du Système International (S.I.), récemment été redéfini en mai 2019 à partir de constantes fondamentales, schématisé sur la figure de droite. Nous utiliserons d'ailleurs plusieurs de ces constantes fondamentales tout au long de l'année. Les liens entre ces constantes et les unités ne sont pas au programme.

Grandeur fondamentale	Symbole de la dimension	Unité S.I.	Symbole de l'unité S.I.
Longueur	L	Mètre	m
Masse	M	Kilogramme	kg
Temps	T	Seconde	s
Température	Θ	Kelvin	K
Courant électrique	I	Ampère	A
Quantité de matière	N	Mole	mol
Intensité lumineuse	J	Candela	Cd



Propriété 1

Toute grandeur physique, à l'exception de celles dont la valeur est déterminée par comptage, peut être exprimée en fonction des grandeurs fondamentales à l'aide des équations de la physique. Les dimensions des grandeurs physiques sont écrites sous la forme de produits de puissances des dimensions des 7 grandeurs fondamentales.

Exemple

L'énergie cinétique E_c d'un solide de masse m et de vitesse v s'exprime usuellement en Joules. Pour relier la dimension de cette grandeur (l'énergie) à celle des grandeurs fondamentales, on peut utiliser une équation de la physique :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

m à la dimension d'une masse et v à la dimension d'une longueur divisé par un temps. Le symbole "=" de cette équation nous indique que la dimension de l'énergie est la même que le terme mv^2 (1/2 étant du comptage, sa dimension est l'unité) soit une masse multiplié par le carré d'une longueur et divisé par le carré d'un temps. On exprime alors l'énergie cinétique par une équation aux dimensions :

$$\text{dim } E_c = ML^2T^{-2}$$

Cette équation permet aussi d'exprimer l'unité "Joule" en unité fondamentale soit :

$$J = kg.m^2.s^{-2}$$

⚠ **Erreur à éviter :** Ne pas confondre la dimension d'une grandeur physique et son unité. La dimension de la grandeur physique "vitesse" est une longueur divisée par un temps. L'unité de la vitesse peut s'exprimer en m/s (S.I.), mais aussi en km/h ou en miles/h.
⚠ Les unités angulaires comme les radians ou les degrés sont de dimension unité. En effet, les angles sont des grandeurs physiques de type comptage : nombre de tours divisé par 360 pour les degrés ou divisé par 2π pour les radians.

2.2 Equation aux dimensions

A partir des grandeurs physiques présentes dans un problème, il est est possible de construire d'autres grandeurs parfois plus pertinentes. Il suffit pour cela de chercher si la grandeur souhaitée peut s'exprimer en fonction du produit de puissance des grandeurs présentes.

Définition 2 - Homogène (adj.)

Lorsque deux quantités physiques ont la même dimension, on dit qu'elles sont homogènes.

Exemple

Revenons au cas du pendule de l'exercice 1.1. Une grandeur pertinente dans cet exercice est la période d'oscillation. On cherche donc une quantité qui à la dimension d'un temps à partir des autres grandeurs physiques présentes, à savoir la masse m, la longueur du fil l et la constante de gravité g. On écrit alors l'équation aux dimensions :

$$\begin{aligned} T &= (\dim m)^{\alpha}(\dim l)^{\beta}(\dim g)^{\gamma} && (2.1)\\ &= M^{\alpha}L^{\beta}L^{\gamma}T^{-2\gamma} && (2.2)\\ &= M^{\alpha}L^{\beta+\gamma}T^{-2\gamma}. \end{aligned}$$

Les seules valeurs possibles de α, β, γ pour avoir la dimension d'un temps sont :

$$\alpha = 0, \qquad \beta = 1/2, \qquad \gamma = -1/2. \tag{2.3}$$

Si on réinjecte ces valeurs dans l'équation (2.2) on obtient :

$$T = \dim\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

On retrouve ainsi la quantité $\sqrt{l/g}$ qui est homogène à un temps. Ce temps est caractéristique de l'oscillation du pendule. Coup de chance, il s'avère que ce temps correspond à l'inverse de la pulsation propre du pendule (voir Ch. **??**).

Exercice 1.3

On considère une particule chargée se déplaçant circulairement dans un champ magnétique. On voudrait estimer la vitesse angulaire ω de la particule. Les grandeurs du problème sont les suivantes :

- la masse de la particule m, homogène à M.
- la charge de la particule q, homogène à $I.T$.
- le champ magnétique B, homogène à $M.T^{-2}.I^{-1}$.

A priori la vitesse angulaire ne dépendra que de ces paramètres, on peut donc l'écrire comme $\omega = km^{\alpha}q^{\beta}B^{\gamma}$ avec k, α, β et γ des constantes sans dimensions.

1. A quoi est homogène la vitesse angulaire ω ?
2. A quoi est homogène le produit $km^{\alpha}q^{\beta}B^{\gamma}$?
3. Identifier terme à terme les dimensions et en déduire les valeurs de α, β et γ.
4. Quelle est l'expression de la vitesse angulaire ω ?

2.3 Dimension des fonctions et opérations

Propriété 2

La dérivée n-ième d'une fonction f par rapport à une variable x est homogène à f/x^n :

$$\dim\left(\frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}\right) = \frac{\dim f}{\dim x^n}$$

Exercice 1.4

Soit l'équation différentielle sur la variable x(t) :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = 0$$

Montrer que la dimension des grandeurs ω_0 et Q ne dépendent pas de la dimension de x.

Propriété 3

Les fonctions usuelles (cos, sin, tan, exp, ln, log) ne prennent que des arguments sans dimension.

Exercice 1.5

Que penser de la définition $\mathrm{pH} = -\log([\mathrm{H_3O^+}])$? Commenter les expressions $\exp(-t)$ et $\cos(2\pi f)$.

3 Ordre de grandeur

3.1 Notion

Définition 3 - Ordre de grandeur

Puissance de 10 la plus proche du nombre considéré. Ce terme est régulièrement utilisé (abusivement) à la place de "valeur approximative".

Exercice 1.6

Donner les ordres de grandeur de : 658410 kg, 0,0215 s, $4{,}9.10^3\ K$. Donner "l'ordre de grandeur" de l'indice du verre ?

3.2 Emploi

Les ordres de grandeurs peuvent donner une approximation du résultat dans un exercice. Cependant, plus on fait d'approximations, plus on peut s'éloigner du résultat. De manière générale, il est demandé de toujours pousser le calcul littéral le plus loin possible pour éviter de faire des ordres de grandeurs à répétition et s'éloigner du résultat.

Exemple

Si on cherche à faire l'ordre de grandeur du terme $0{,}4^{10}$ en faisant l'ordre de grandeur de $0{,}4$ et en le mettant à la puissance 10 on tombe sur 10^{-10}. Si on fait l'ordre de grandeur du calcul exact on trouve 1.10^{-4} soit un résultat un million de fois plus grand que le calcul précédent ! Comment expliquer une telle différence ?
Dans le premier cas on a fait 10 fois l'ordre de grandeur du chiffre $0{,}4$:

$$0{,}4^{10} = \underbrace{0{,}4 \times 0{,}4 \times \ldots \times 0{,}4}_{10 fois} \simeq \underbrace{0{,}1 \times 0{,}1 \times \ldots \times 0{,}1}_{10 fois} = 10^{-10}.$$

Dans le deuxième cas, comme il n'y a qu'un seul ordre de grandeur fait sur le résultat final, celui-ci est plus proche du calcul exact.

3.3 Comparaison

Il est nécessaire de connaître quelques ordre de grandeurs pour aborder un problème physique. Si vous trouver que le champ magnétique créé par une bobine en TP vaut 10^5 Tesla et que vous n'avez pas de référence pour savoir si cette valeur est faible ou élevé, vous ne vous rendrez pas compte de l'absurdité de cette mesure. Une fiche de quelques ordres de grandeur à retenir sera donnée en annexe.